

Л. Г. Асламазов

Московский институт
стали и сплавов
(МИСиС)

А. А. Варламов

Итальянский Национальный институт
физики материи
(INFM)

УДИВИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА



Москва
Добросвет
2002

ББК 22.3
А90

Асламазов А. Г., Варламов А. А.
А90 Удивительная физика. — М.: Добросвет, 2002. —
236 с.: ил.
ISBN 5-7913-0044-1

Занимательная и полезная книга двух известных физиков-теоретиков рассказывает о природе ряда явлений, встречающихся нам в окружающем мире, в повседневной жизни. На примере простых и знакомых каждому явлений читатель увидит действие иногда весьма сложных физических законов. Здесь можно найти ответы на вопросы: Как приготовить хороший кофе? Можно ли изжарить мамонта в микроволновой печке? Как идет свет по волноводу?

Книга будет особенно полезна школьникам, интересующимся физикой, и их учителям еще и потому, что в процессе чтения они познакомятся с некоторыми полезными методами оценок физических филичин, важных для понимания явлений, происходящих вокруг.

ББК 22.3

ISBN 5-7913-0044-1

© А. Г. Асламазов, А. А. Варламов, 2002.
© Добросвет, 2002.

Лицензия ЛР № 064934 от 20.01.97 г.

Подписано в печать 23.12.2002 г. Формат 60 × 90 1/16.

Гарнитура литературная. Бумага офсетная № 1. Печать офсетная.
Печ. л. 15,5.

Издательство «Добросвет». Москва, Марксистская, 9.

Оглавление

Предисловие	5
От автора	5
Введение	7
Часть I Физика природных явлений	9
Глава 1. Меандры рек	10
Глава 2. О реках и озерах	18
Глава 3. Переговорная трубка длиной в экватор?	20
Глава 4. В голубом просторе	30
Глава 5. Лунные дорожки	41
Глава 6. Маятник Фуко и закон Бэра	44
Глава 7. Лунный тормоз	53
Часть II Простая физика сложных явлений	58
Глава 8. Почему звучит скрипка	59
Глава 9. Поющие и безмолвствующие бокалы	66
Глава 10. Пузырь и капля	72

Глава 11.	Тайны волшебной лампы	85
Глава 12.	Пока чайник не закипел...	94
Глава 13.	Можно ли зажарить мамонта...	108
Глава 14.	Физика приготовления кофе	121
Глава 15.	Водяной микрофон А. Белла	135
Глава 16.	Как волны передают информацию	140
Глава 17.	Почему гудят провода	148
Глава 18.	Следы на песке	152
Глава 19.	Как устраняют заносы	164
Глава 20.	Случай в поезде	167
Часть III	Физика квантового мира	174
Глава 21.	Соотношение неопределенностей	175
Глава 22.	О снежках, орехах, пузырьках и...	186
Глава 23.	Страсти по сверхпроводимости...	195
Глава 24.	Что такое сквид?	211
Глава 25.	Сверхпроводящие магниты	224
Заключение		235

ПРЕДИСЛОВИЕ

Физика — наука, под знаменем которой произошла научно-техническая революция XX века. Ее успехи и сегодня определяют направления дальнейшего прогресса человечества. Ярким примером тому может служить совсем недавнее открытие высокотемпературной сверхпроводимости, которое, возможно, в ближайшее время коренным образом изменит облик современной техники.

Однако углубляясь в тайны макрокосмоса и микромира, ученые все дальше и дальше уходят от той традиционно-школьной физики трансформаторов и тел, брошенных под углом к горизонту, знакомством с которой и ограничивается большинство людей. Сократить этот разрыв, показать интересующемуся читателю красоту современной физики, продемонстрировать ее основные достижения и призвана научно-популярная литература. Дело это нелегкое, не терпящее дилетантизма.

Наша научно-популярная физическая литература богата такими именами, как Я. И. Перельман, М. П. Бронштейн... Представляемая мною книга продолжает лучшие традиции этой литературы. Написанная физиками-теоретиками, многие годы занимающимися популяризацией научных знаний, она в увлекательной и доступной форме знакомит читателя с самыми современными достижениями квантовой физики твердого тела, объясняет, как работают физические законы в природе, в обыденных на первый взгляд явлениях. А главное — показывает читателю окружающий его мир глазами ученого, способного «поверить алгеброй гармонию».

К сожалению, один из авторов книги — известный ученый, специалист в теории сверхпроводимости, профессор Л. Г. Асламазов, на протяжении многих лет работавший ученым секретарем «Библиотечки «Квант» и заместителем главного редактора журнала «Квант», не дожил до ее выхода в свет.

Надеюсь, что эта книга, отличающаяся широтой круга обсуждаемых в ней вопросов, доставит удовольствие самым различным читателям от школьников до профессиональных физиков.

Академик РАН А. А. Абрикосов

ОТ АВТОРА

Мне доставляет особую радость увидеть новое издание моей книги на русском языке. Первое ее издание, появившееся пятнадцать лет назад в издательстве «Наука», как и последующие итальянское и американское издания, было хорошо принято читателями и я надеюсь, что обновленная

книга понравится новому поколению.

Авторы посвятили многие годы обучению физике молодежи — от одаренных школьников до зрелых аспирантов. Весь наш опыт убедил нас, что помимо регулярного и систематического изучения этой дисциплины, важнейшую роль играет и «артистический аспект» — демонстрация проявлений физики в обыденных явлениях окружающего мира.

Причинами, побудившими нас со Львом Асламазовым написать эту книгу, были любопытство и желание разделить с читателем восхищение красотой Физики — науки возникшей в незапамятные времена и ставшей сегодня мощной научной индустрией. Книга написана на основе статей, опубликованных авторами в течение трех десятилетий на страницах журнала «Квант». Когда ее структура была уже ясна, а часть материала переработана и подготовлена к печати, трагически погиб один из авторов — профессор Лев Асламазов (1944–1986), и завершать работу мне пришлось одному.

Я хочу выразить признательность многим коллегам и друзьям, без которых эта книга не появилась бы в том виде, в котором вы ее держите в руках. Прежде всего это ее научный редактор — мой давний друг Алексей Абрикосов (мл.), которому принадлежат примечания и многие улучшения самого текста. В обсуждениях с ним я прояснил для себя (и, надеюсь, для читателя) многие тонкие вопросы затронутые в книге.

Я хочу поблагодарить моих друзей и соавторов: профессоров Джузеппе Балестрино, Александра Буздина, Карло Камерлинго, Алексея Маляровского и моего школьного учителя физики Анатолия Шапиро, — несколько глав этой книги были написаны на основе наших совместных с ними публикаций.

Я хочу поблагодарить всех тех, кто способствовал появлению этой книги и продлению ее жизни в различных изданиях. Это — редактор первого русского издания Лариса Панюшкина, редакторы журнала «Квант» Татьяна Петрова и Валерия Тихомирова, профессор Алексей Черноуцан, редактор итальянского издания профессор Аттилио Ригамонти. Это издатели: итальянский — господин Де Бона, американский — господин Фуа и российский — Алексей Овчинников. Это — переводчики доктора Лючия Реджиани и Дмитрий Знаменский.

С особым удовольствием я благодарю моего сына Иннокентия Варламова, который с энтузиазмом помогает мне популяризировать написанное и сделать его доступным для широкого круга читателей.

Андрей Варламов
Москва, 2001

ВВЕДЕНИЕ

Физика — необыкновенно интересная наука. Она занимает особое место среди других наук. Математика, например, изучает свойства мира абстрактного, существующего лишь благодаря человеческому воображению. Правда, разработанные математикой методы с успехом используются в других науках для описания реального мира, однако сама математика такой задачи перед собой не ставит. Отличие физики от всех других наук заключается в том, что она изучает самые основные, фундаментальные законы нашего мира. Изучает не только качественно, но и количественно, описывая их языком математики.

Законы физики универсальны. Они с успехом объясняют свойства звезд и атомов, кристаллов и живых клеток, полет ракеты и работу телевизора. Эти законы неизменны в пространстве: на нашей Земле действуют точно такие же физические законы, как и на далеких звездах. Законы физики неизменны во времени. Нашим потомкам не придется открывать их заново — через тысячу лет будут действовать точно такие же законы, как и сейчас и как тысячу лет назад. Новые открытия в физике не отменяют старые, а только дополняют, углубляют наши представления об окружающем мире.

Законы физики обусловили технический прогресс человечества. Каждое открытие нового фундаментального закона природы обязательно приводило к технической революции. Законы Ньютона позволили создать сложнейшие механизмы. Познание законов термодинамики дало человеку возможность овладеть тепловой энергией. Открытие законов электромagnetизма в короткий срок буквально преобразило наш мир. Современной электроники, лазеров, атомной энергетики нельзя было бы даже себе представить без открытия законов квантовой механики.

Физика далека от завершения — она продолжает бурно развиваться. Люди хотят знать о природе все больше и больше. Ученые пытаются понять, что происходит на очень малых расстояниях, где атомное ядро «вырастает» до размеров Солнечной системы, и на очень больших — где Солнце всего лишь «песчинка» в нашей огромной Вселенной. Нам предстоит научиться предсказывать свойства новых материалов, объяснить устройство биологических объектов, объединить все известные типы вза-

имодействий в единую теорию. Недалек тот день, когда заработает первая сверхЭВМ, которая по мощности сравнится с человеческим мозгом. А для этого тоже нужна физика.

Физика — наука молодых. И приобщаться к ней надо начинать рано. При этом важно не просто выучить физические законы, но научиться пользоваться ими, постараться понять, как физики думают. «Правила игры» в физике сложные, и по-настоящему овладеть ими можно только в результате долгого и вдумчивого труда. Помочь тут может хороший учитель и... хорошая книга.

Часть I

Физика природных явлений

В этой части книги читатель узнает о том, почему петляют реки и как они размывают берега, почему небо голубое, а море синее. Мы расскажем о свойствах океана, о ветрах и влиянии на них вращения Земли. Словом, на нескольких примерах попытаемся объяснить, как «работает» физика в земных масштабах.



Глава 1

Меандры рек

О, Кама, бурых вод своих не пожалей!
Ковшами черпай их и в Волгу перелей,
Чтоб нас песчаные не задержали мели

Пауль Флеминг

На слияние Волги и Камы в двадцати
верстах от Самары

Видел ли кто-нибудь реку, текущую прямо, без изгибов? Какой-то участок реки, конечно, может быть прямым, но рек, текущих совсем без изгибов, не существует. Даже если река течет по равнине, она обычно петляет, и часто изгибы рек повторяются с определенным периодом. А на изгибах один берег реки, как правило, крутой, а другой — пологий. Как объяснить эти особенности поведения рек?

Гидродинамика — раздел физики, изучающий движение жидкости, — в наше время очень развитая стройная наука. Но в применении к таким сложным естественным объектам, как реки, даже она не в состоянии объяснить все особенности их течения. И тем не менее на многие вопросы ответы дать можно.

Вопросом о причине образования извилин в руслах рек занимался А. Эйнштейн¹. В своем докладе «Причина образования извилин в руслах рек и так называемый закон Бэра²», сделанном в 1926 г. на заседании

¹ А. Эйнштейн (1879–1955) немецкий физик, создатель теории относительности, первым высказал мысль, что излучение имеет квантовую природу; за работы по фотоэффекту удостоен в 1921 г. Нобелевской премии. Запрет на присуждение одному ученыму двух Нобелевских премий по физике соблюдался до 1972 г. (см. стр. 201).

² К. М. Бэр (1792–1876), — эстонский географ и зоолог, пионер эмбриологии; один из основателей Русского Географического Общества, иностранный член Петербургской Академии Наук.

Прусской академии наук, Эйнштейн сравнил движение воды, вращающейся в стакане, и текущей в русле реки. Эта аналогия позволила объяснить тенденцию русел рек к приобретению извилистой формы.

Попробуем разобраться в этом явлении хотя бы качественно. И начнем со стакана чая.

Как движутся чаинки в стакане

Возьмите стакан с чаем, хорошо размешайте чай ложкой, а затем выньте ее. Вода постепенно остановится, а чаинки соберутся в центре дна стакана. Что заставляет их «сбегаться» к центру? Чтобы ответить на этот вопрос, выясним сначала, какую форму принимает поверхность воды, вращающейся в стакане.

Из опыта видно, что поверхность жидкости искривляется. Легко понять, почему это происходит. Для того чтобы частички воды совершали вращательное движение, равнодействующая всех сил, действующих на каждую частичку, должна создавать центростремительное ускорение. Выделим мысленно внутри жидкости на расстоянии r от оси вращения кубик массы Δm (см. рис. 1.1, *a*). При угловой скорости вращения ω центростремительное ускорение кубика равно $\omega^2 r$. Это ускорение создается разностью сил давления, действующих на боковые грани (левую и правую) кубика. Следовательно,

$$\Delta m \omega^2 r = F_1 - F_2 = (P_1 - P_2) \Delta S,$$

где ΔS — площадь боковой грани кубика. Давления P_1 и P_2 определяются расстояниями h_1 и h_2 до свободной поверхности жидкости:

$$P_1 = \rho g h_1, \quad P_2 = \rho g h_2,$$

где ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения. Так как сила F_1 должна быть больше силы F_2 то, следовательно, и h_1 должно быть больше h_2 , то есть свободная поверхность жидкости при вращении должна искривиться так, как показано на рис. 1.1. Чем больше скорость вращения, тем сильнее искривляется поверхность.

Можно найти форму искривленной поверхности жидкости. Она оказывается параболоидом, то есть поверхностью, разрез которой — парабола. (Покажите это самостоятельно.)¹

Пока мы мешаем чай ложкой, мы поддерживаем вращение жидкости. Но если вынуть ложку из стакана, то вследствие трения между отдельными

¹ Поверхность жидкости имеет форму правильного параболоида, только если жидкость равномерно вращается как единое целое. (Прим. ред.)

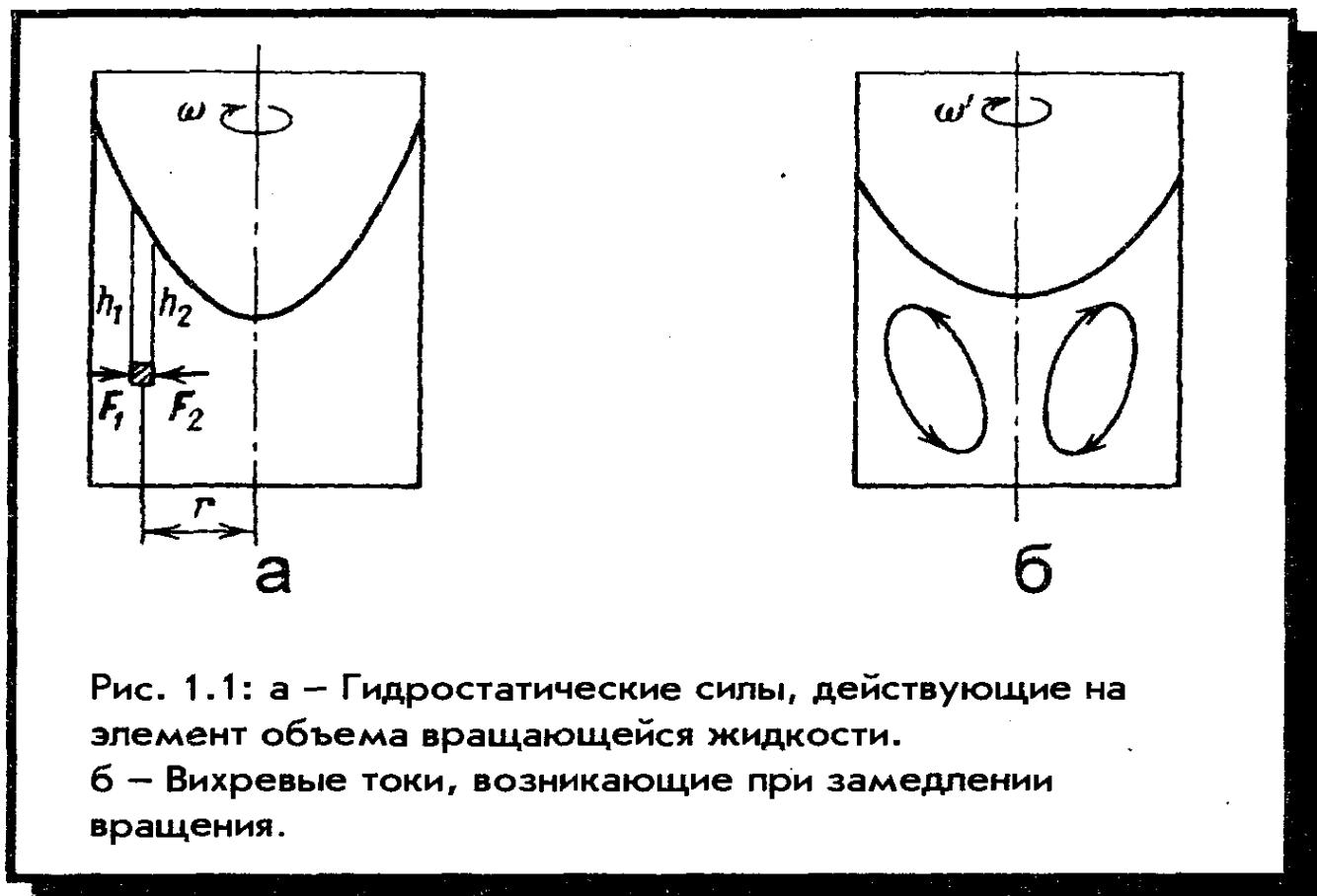


Рис. 1.1: а – Гидростатические силы, действующие на элемент объема вращающейся жидкости.
б – Вихревые токи, возникающие при замедлении вращения.

слоями жидкости (вязкости) и трения о стенки и дно стакана кинетическая энергия будет переходить в тепло, и жидкость постепенно остановится.

По мере уменьшения частоты вращения поверхность жидкости выпрямляется. При этом внутри жидкости возникают вихревые потоки, направление которых показано на рис. 1.1, б. Происхождение вихревых потоков связано с неодинаковым торможением жидкости у дна стакана и у свободной поверхности. На глубине, вследствие большого трения о дно стакана, жидкость тормозится сильнее, чем у поверхности. Поэтому у частиц жидкости, находящихся на одинаковых расстояниях от оси вращения, оказываются разные скорости — чем ближе ко дну стакана, тем меньше скорость. А равнодействующая сил «бокового» давления, действующих на такие частички, одна и та же. Эта сила уже не может по всей глубине вызвать необходимое центростремительное ускорение (как в случае вращения всей массы жидкости с одной и той же угловой скоростью). У поверхности угловая скорость слишком большая, и частицы воды отбрасываются к стенкам стакана; у дна угловая скорость мала, и результирующая сила давления заставляет воду двигаться к центру.

Теперь понятно, почему чаинки собираются в центре на дне стакана (рис. 1.2) — они увлекаются возникающими при торможении вихревыми

потоками. Конечно, такое рассмотрение — довольно упрощенное, но оно правильно отражает суть явления.

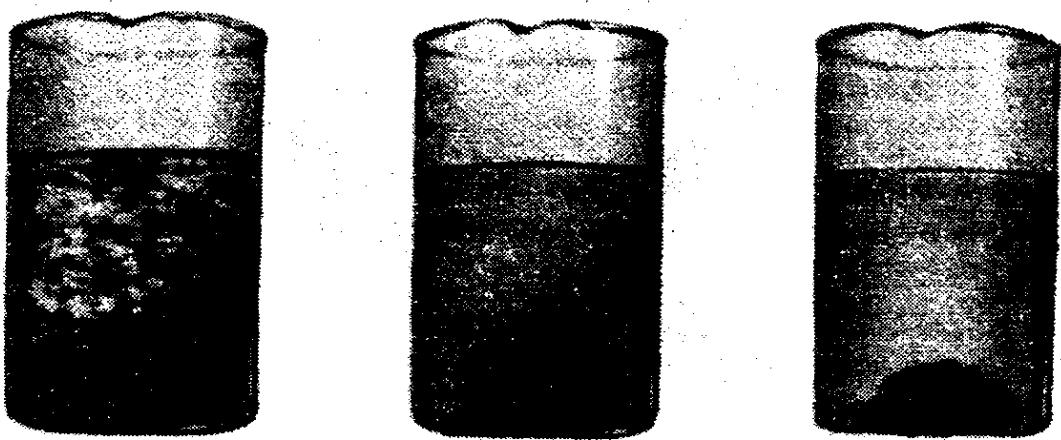


Рис. 1.2: Эксперимент в стакане чая. Вихревые токи собирают чаинки в середине дна.

Как меняются русла рек

Давайте разберем характер движения воды в реке при повороте русла. Здесь возникает картина, похожая на движение воды в стакане. Поверхность воды наклоняется в сторону поворота так, чтобы разность сил давления сообщала потоку необходимое центростремительное ускорение (на

Рис. 1.3: Сечение русла реки на повороте.
Показаны гидростатические силы, вихревые токи и распределение скоростей.

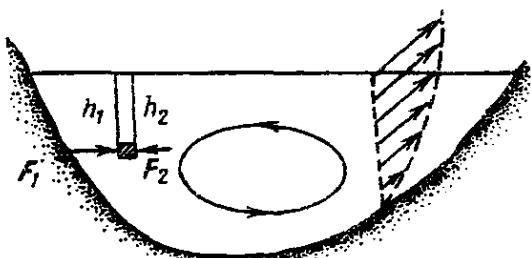


рис. 1.3 показано вертикальное сечение реки на повороте). Так же, как и в стакане с чаем, скорость воды у дна вследствие трения меньше, чем у поверхности реки (распределение скоростей по глубине показано на рис. 1.3).

Поэтому у поверхности результирующая сила давления не в состоянии обеспечить движение частиц воды по окружности с большой скоростью, и вода «отбрасывается» к дальнему (от центра поворота) берегу. У дна, наоборот, скорость движения мала, и вода устремляется к ближнему берегу (к центру поворота). Таким образом, дополнительно к основному течению возникает циркуляция воды; на рис. 1.3 показано направление циркуляции в плоскости сечения реки.

Такая циркуляция воды приводит к эрозии (разрушению) почвы. В результате далекий от центра поворота берег разрушается (подмывается), а у близкого берега постепенно осаждается все больший слой почвы (вспомните чаинки в стакане!). Форма русла меняется и приобретает такой вид, как на рис. 1.4.¹ Интересно проследить за тем, как меняется скорость воды по ширине реки (от берега к берегу). На прямолинейных участках русла максимальная скорость течения посередине реки. При изгибе русла линия тока, соответствующая максимальной скорости, смещается к дальнему от центра поворота берегу. Это происходит потому, что повернуть быстрые частицы воды труднее, так как для этого необходимо создать большее центростремительное ускорение. Но там, где больше скорость течения, возникает и более сильная циркуляция воды, и соответственно большая эрозия почвы. Вот почему самое быстрое место в русле реки обычно оказывается и самым глубоким. Это правило хорошо знают речники, осуществляющие навигацию.

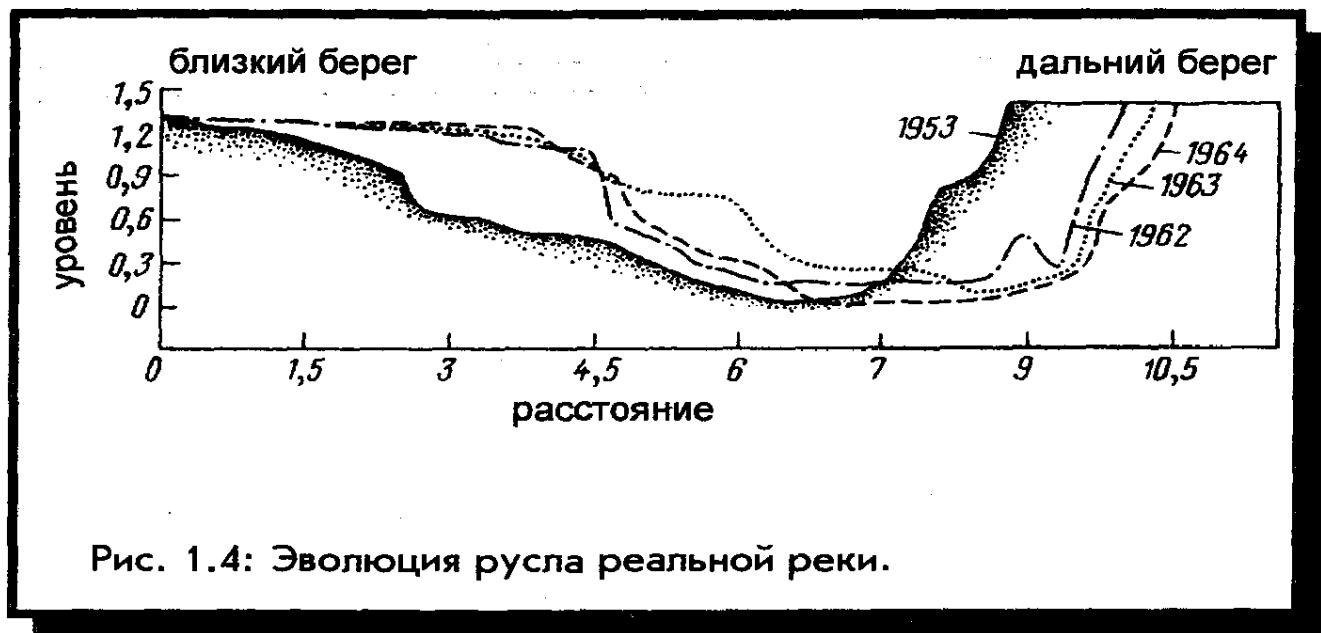


Рис. 1.4: Эволюция русла реальной реки.

¹ Вследствие вращения Земли такая же циркуляция воды может возникнуть и при прямолинейном течении реки. В результате реки в северном полушарии размывают главным образом правый берег, а в южном — левый (это и есть закон Бэра, который мы обсудим позже).

Эрозия почвы у дальнего берега и ее осаждение у ближнего приводит к постепенному смещению всего русла реки в сторону от центра поворота и, тем самым, к увеличению изгиба реки. На рис. 1.4 показаны профили дна в одном и том же месте русла реальной реки в разные годы. Ясно видно, как происходило постепенное перемещение русла и увеличение изгиба.

Таким образом, даже небольшой начальный изгиб, возникший по случайной причине (например, вследствие обвала, падения дерева и т. п.), будет со временем увеличиваться. Прямолинейное течение реки по однородной равнине является неустойчивым.

Как образуются меандры рек

Форма русла реки во многом определяется рельефом местности. Река, текущая по неровной местности, извивается таким образом, чтобы избежать высоких мест и заполнить низины, выбирает путь с максимальным уклоном.

А как текут реки по равнинам? Как влияет на форму русла описанная выше неустойчивость прямолинейного течения реки по отношению к изгибам? Такая неустойчивость приводит к увеличению длины реки, и река начинает извиваться. Естественно думать, что в идеальном случае (совершенно ровная однородная местность) должна возникнуть периодическая кривая. Какова ее форма?

Геологи высказали предположение, что русла рек, текущих по равнинам, на изгибах должны принимать форму... изогнутой линейки.

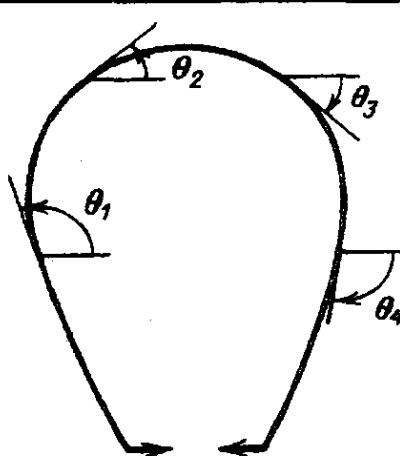


Рис. 1.5: Форма, которую принимает при изгибе металлическая линейка, называется Эйлеровой кривой.

Возьмите стальную линейку и попытайтесь сжать линейку вдоль ее длины (уменьшить расстояние между ее концами). Линейка изогнется (как на рис. 1.5). Такой упругий изгиб называют эйлеровым изгибом (по имени замечательного ученого, петербургского академика Леонарда Эйлера¹, теоретически рассмотревшего это явление). Форма изогнутой линейки описывается особой кривой. Эта эйлерова кривая обладает замечательным свойством: из всех кривых заданной длины, соединяющих точки, она в среднем наименее изогнута. Если измерить угловые отклонения θ (см. рис. 1.5) через равные расстояния вдоль длины кривой и просуммировать квадраты угловых отклонений, то для эйлеровой кривой эта сумма будет минимальной. Такой «экономный» изгиб эйлеровой кривой и послужил основанием для гипотезы о форме русел рек.

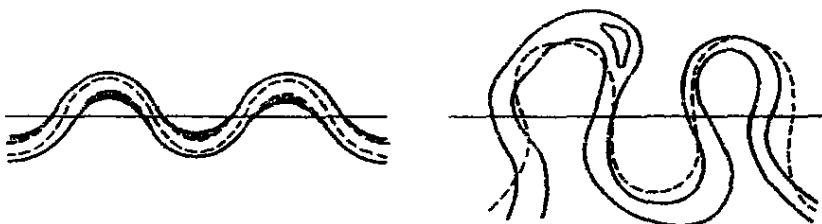


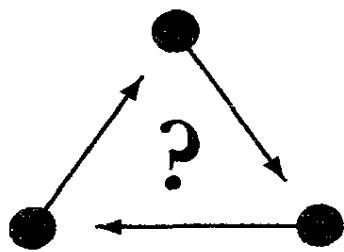
Рис. 1.6: а – Лабораторное моделирование меандров. Русло канала образует периодические Эйлеровы изгибы (пунктирная линия). б – Реальное речное русло и ближайшая к нему Эйлерова кривая (пунктирная линия).

Геологи моделировали процесс изменения русла реки в искусственном канале, проложенном в однородной среде, которая приготовлялась из мелких частиц, слабо скрепленных между собой и потому довольно легко подвергающихся эрозии. Очень скоро прямолинейный канал начинал извиваться, причем форма изгибов описывалась именно эйлеровой кривой (рис. 1.6 а). Конечно, в реальных условиях такого совершенства в форме русел рек не наблюдается (например, из-за неоднородности почвы). Но на равнинах реки обычно изгибаются и образуют периодическую структуру. На рис. 1.6 б показано русло реальной реки и штрихом обозначены эйлеровы кривые, наиболее близкие к его форме.

Периодические изгибы русла называют меандрами. Происхождение этого термина связано с древнегреческим названием «Меандр» известной

¹Л. Эйлер (1707–1783) математик и физик; родился в Швейцарии; член Берлинской, Парижской, С.-Петербургской академий и Лондонского Королевского Общества; долгое время работал в России.

своими изгибами реки в Турции (современное название реки — Большой Мендерес). Меандрами сейчас называют и периодические изгибы океанических течений, а также ручьев, образующихся на ровной поверхности ледников. Во всех этих явлениях в однородных средах случайные процессы приводят к образованию периодической структуры, и хотя причины, вызывающие изгибы, могут быть разными, форма образующихся периодических кривых оказывается одинаковой.



Покажите, что поверхность вращающейся, как единое целое, жидкости принимает форму параболоида.

Глава 2

О реках и озерах

... У богатыря Байкала было более трехсот сыновей и только одна дочь — красавица Ангара...

Старинная легенда

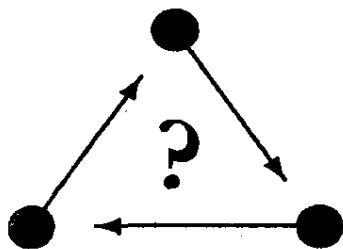
Если скептически настроенный читатель не поверит эпиграфу и углубится в географические атласы и карты, то он обнаружит, что в Байкал действительно втекают 336 рек, а вытекает только одна — Ангара. Оказывается, этим славен не только Байкал. Сколько бы рек ни втекало в озеро, вытекает из него, как правило, всего одна.

Например, много рек втекает в Ладожское озеро, а вытекает из него только Нева; из Онежского озера вытекает одна Свирь и т. д. Это явление можно объяснить. Вода вытекает по самому глубокому руслу, а другие возможные истоки оказываются лежащими выше уровня воды в озере. Маловероятно, что возможные русла рек в местах истока будут точно на одинаковой высоте. Если озеро достаточно полноводное (в него втекает много воды), то из озера могут вытекать и две реки. Однако такая ситуация неустойчива и возможна у сравнительно недавно образовавшихся (молодых) озер. Со временем река с более глубоким руслом, в которой скорость течения большая, будет размываться, что повлечет увеличение расхода и понижение уровня воды в озере. Сток воды через мелкую реку будет уменьшаться, и она постепенно засыпается. Таким образом, «выживает» только самая глубокая из вытекающих рек.

Для того чтобы из озера могли вытекать одновременно две реки, необходимо, чтобы их русла у истока оказались точно на одинаковой высоте. В таком случае говорят, что происходит **бифуркация** (этот термин сейчас широко используют математики для обозначения удвоения числа решений

уравнений). Бифуркация — редкое явление, и поэтому обычно из озера вытекает только одна река.

Аналогичные явления происходят при течении рек. Известно, что реки охотно сливаются, а вот раздвоение реки наблюдается сравнительно редко. Последнее — опять пример бифуркации. Река в каждом месте течет по кривой максимального уклона, и маловероятно, чтобы в какой-то точке произошло раздвоение этой кривой. В дельте реки ситуация, однако, меняется. Подумайте сами, почему это происходит.



Почему перед впадением в озеро или в море русла рек часто дробятся на множество рукавов, образуя дельту?

Глава 3

Переговорная трубка длиной в экватор?

А уши у стен и в самом деле были. Вернее, одно ухо: круглая дырка, от которой шла труба — нечто вроде секретного телефона, передававшего все, что говорилось в подземелье, прямехонько в комнату кавалера Помидора.

Дж. Родари
Приключения Чиполлино

Сравнительно недавно, около пятидесяти лет назад, ученые СССР и США обнаружили удивительное явление. Распространяющиеся в океане звуковые волны иногда удавалось зарегистрировать за тысячи километров от их источника. Так, в одном из наиболее удачных экспериментов звук от подводного взрыва, произведенного учеными у берегов Австралии, обошел половину земного шара и был зарегистрирован другой группой исследователей у Бермудских островов на расстоянии 19600 км от Австралии (рекорд дальности распространения импульсных звуковых сигналов). Каков же механизм такого, сверхдальнего, распространения звука?

Для того чтобы ответить на этот вопрос, вспомним, что со случаями неожиданно далекого распространения звуков приходится сталкиваться не только между берегами Австралии и Бермудским треугольником, но и в повседневной жизни. Так, сидя на кухне за завтраком, часто можно услышать не слишком приятное дребезжание, которое какой-то шутник назвал «пением водопроводных труб». Прекратить это «коммунальное мусицирование» иногда удается, открыв водопроводный кран в своей квартире. Большинство людей после этого облегченно возвращаются к прерванному завтраку, не особенно задумываясь над физической сущностью произошедшего. А задуматься стоит. Почему звук, возбуждаемый струей воды в

неисправном кране в одной из квартир, не дает покоя обитателям всего подъезда, связанного одним водопроводным стояком? Ведь если в той же квартире свистнуть в свисток, то это услышат разве что соседи в ближайших квартирах. «Пение» же водопроводных труб слышно везде, с первого до последнего этажа.

Такое различие обусловлено двумя причинами. Первая — это звукоизолирующее действие стен и перекрытий, которые отражают и поглощают звуки свистка. А звуковая волна, распространяющаяся по водопроводной трубе, проходит с этажа на этаж беспрепятственно. Теперь о второй причине. При звучании свистка возникающая акустическая волна распространяется в пространстве по всем направлениям, и ее волновой фронт имеет форму сферы. Площадь этой сферы растет по мере удаления от источника звука, и интенсивность звуковой волны — то есть энергия, проходящая через единицу площади волнового фронта в единицу времени, — по мере удаления от источника падает (найдите сами, по какому закону). А звуковая волна, возникающая внутри водопроводной трубы, «одномерна»: отражаясь от стенок трубы, она не расходится во все стороны в пространстве, а распространяется в одном направлении — вдоль самой трубы — без расширения волнового фронта; так что интенсивность звука по мере удаления от источника практически не изменяется. В этом смысле водопроводная труба представляет собой акустический волновод — канал, в котором звуковые волны распространяются практически без ослабления.

Другой пример акустического волновода — переговорные трубы, с помощью которых с давних времен и по сей день на судах передаются команды с капитанского мостика в машинное отделение. Заметим, что затухание звука в воздухе при распространении по волноводу оказывается настолько малым, что если бы удалось сделать такую трубку длиной в 700 км, то она смогла бы служить своеобразным «телефоном» для передачи разговора, например, из Москвы в Ленинград и обратно. Однако вести разговор по такому телефону было бы крайне затруднительно, поскольку собеседник слышал бы сказанное вами примерно через полчаса.

Подчеркнем, что отражение распространяющейся в волноводе волны от его границ является определяющим свойством волновода — именно благодаря ему энергия волны распространяется не во все стороны в пространстве, а передается в заданном направлении.

Приведенные примеры наводят на мысль, что и сверхдалнее распространение звука в океане, с которого мы начали этот раздел, обусловлено волноводным механизмом. Однако как же образуется такой гигантский волновод? При каких условиях он может возникнуть, и что в этом случае служит его отражающими границами, заставляющими звуковые волны распространяться на столь огромные расстояния?

В качестве верхней границы может служить поверхность океана, которая достаточно хорошо отражает звук. Соотношение между интенсивностями отраженной и прошедшей сквозь границу раздела двух сред звуковой волны существенно зависит от плотностей этих сред и значений скоростей звука в каждой из них. Если среды различаются сильно (например, для воды и воздуха плотности отличаются почти в тысячу раз, а скорости звука в 4,5 раза), то даже при нормальном (перпендикулярно к поверхности) падении звуковой волны на плоскую границу раздела между водой и воздухом практически вся волна отразится обратно в воду, — интенсивность прошедшей в воздух звуковой волны составит всего лишь 0,01 % падающей. При наклонном падении волна отражается еще сильнее. Однако поверхность океана редко бывает ровной из-за постоянного волнения. Это приводит к хаотическому рассеянию на ней звуковых волн и, таким образом, к нарушению волноводного характера их распространения.

Не лучше обстоит дело и с отражением от дна океана. Плотность донных осадков обычно лежит в пределах 1,24–2,0 г/см³, а скорость распространения звука в них всего на 2–3 % меньше, чем в воде. Поэтому, в отличие от границы «вода — воздух», значительная доля энергии падающей из воды на дно звуковой волны поглощается в донном грунте.

Таким образом, дно отражает звук слабо, и служить нижней границей волновода никак не может.

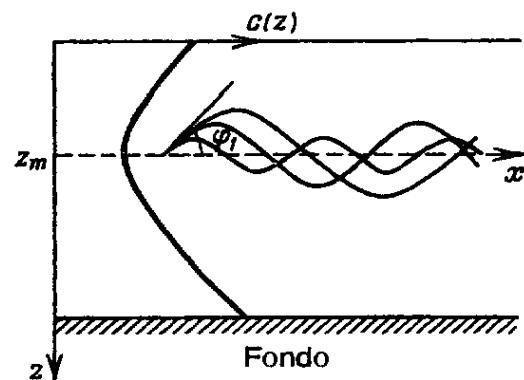
Итак, границы волновода в океане следовало искать где-то между дном и поверхностью. И они были найдены. Этими границами оказались слои воды на определенных глубинах океана.

Как же происходит отражение звуковых волн от «стенок» подводного звукового канала (ПЗК)? Чтобы ответить на этот вопрос, нам придется рассмотреть, как вообще происходит распространение звука в океане.

До сих пор мы говорили о волноводах, молчаливо предполагая, что скорость распространения звука в них постоянна. Между тем известно, что скорость звука в океане колеблется от 1450 до 1540 м/с. Она связана с температурой воды, ее соленостью, с величиной гидростатического давления и с другими факторами. Рост гидростатического давления приводит к тому, что при погружении на каждые 100 м скорость звука увеличивается примерно на 1,6 м/с. С ростом температуры скорость звука также возрастает. Однако в океане температура воды, как правило, довольно резко убывает по мере удаления из верхних, хорошо прогретых слоев воды в глубину, где она выходит практически на постоянное значение. Действие этих двух механизмов приводит к такой зависимости скорости звука от глубины, как это показано на рис. 3.1. Вблизи поверхности преобладающее влияние оказывает быстрое падение температуры — в этих слоях скорость звука уменьшается с ростом глубины. По мере погружения температура меняется

медленнее, а гидростатическое давление продолжает возрастать. На некоторой глубине влияние этих двух факторов «уравновешивается» — здесь скорость звука оказывается минимальной; а дальше она начинает возрастать с увеличением глубины за счет роста гидростатического давления.

Рис. 3.1: Скорость звука в морской воде c зависит от глубины z и минимальна на глубине z_m .



Итак, скорость распространения звука в океане зависит от глубины. И это сказывается на характере распространения звука. Для того чтобы понять, чем определяется ход звуковых лучей в океане, мы обратимся к оптической аналогии: посмотрим, как распространяется световой луч в стопке из плоскопараллельных пластинок с различными показателями преломления, а затем обобщим наш результат на случай среды с плавно меняющимся показателем преломления.

Рассмотрим стопку из плоскопараллельных пластин с разными показателями преломления $n_0, n_1, \dots, n_k, \dots$, причем $n_0 < n_1 < \dots < n_k < \dots$ (рис. 3.2). Луч, падающий из самой верхней пластины на пластину 1 под углом α_0 , после преломления на границе 0 – 1 составит угол α_1 с нормалью к этой границе; под таким углом он упадет на границу 1 – 2; после преломления на этой границе луч, пройдя пластину 2, упадет на границу 2 – 3 под углом α_2 , вновь преломится и т.д. Согласно закону преломления

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_1} = \frac{n_1}{n_0}, \quad \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{\sin \alpha_{k-1}}{\sin \alpha_k} = \frac{n_k}{n_{k-1}}, \dots$$

Вспоминая, что отношение коэффициентов преломления двух сред обратно отношению скоростей распространения света в этих средах, перепишем все соотношения в виде

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_1} = \frac{c_0}{c_1}, \quad \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2}, \quad \frac{\sin \alpha_{k-1}}{\sin \alpha_k} = \frac{c_{k-1}}{c_k}, \dots$$

$(c_0 > c_1 > \dots > c_k > \dots)$. Перемножив последовательно эти равенства друг на друга, получим соотношение

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_k} = \frac{c_0}{c_k}.$$

Устремляя толщину каждой пластиинки к нулю, а число пластиинок к бесконечности, мы приедем к обобщенному закону преломления, который описывает ход светового луча в среде с плавно меняющимся показателем преломления (этот закон называют обобщенным законом Снеллиуса¹):

$$c(z) \sin \alpha(0) = c(0) \sin \alpha(z)$$

где $c(0)$ — скорость света в месте входа луча в среду, $c(z)$ — скорость света на расстоянии z от границы среды. При таком предельном переходе ломаная линия, показывающая ход луча, превращается в плавную кривую. Таким образом, при распространении светового луча в оптически неоднородной среде по мере увеличения скорости света (уменьшения показателя преломления) этот луч все больше отклоняется от вертикали и «прижимается» к границе раздела.

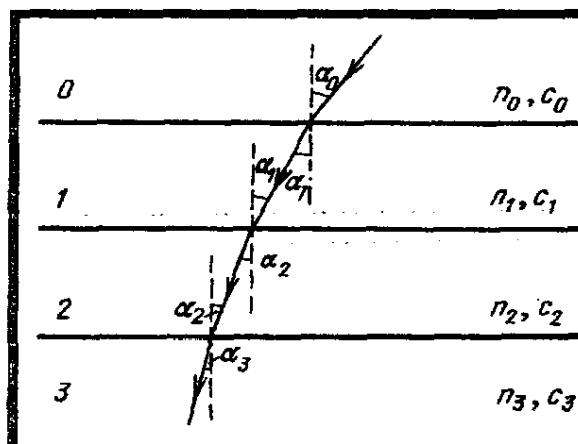


Рис. 3.2: Оптически неоднородную среду можно представить, как стопку стеклянных пластинок с разными показателями преломления.

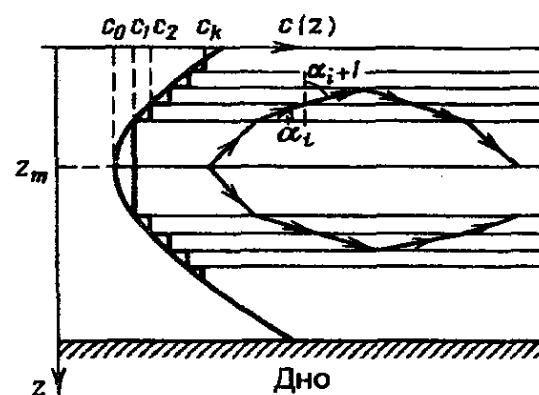
Явление искривления световых лучей при распространении света в среде с непрерывно меняющимся показателем преломления называют рефракцией.

Зная, как меняется скорость света в среде, мы можем, пользуясь обобщенным законом Снеллиуса, указать, каким будет ход того или иного луча, попавшего в неоднородную среду. Точно так же происходит и искривание звуковых лучей при распространении звука в неоднородной среде, где изменяется скорость звука. Частный случай такой среды и представляет собой океан.

¹В. Снеллиус (1580–1626) голландский математик, оптик и астроном.

Теперь вернемся к вопросу о том, как распространяется звук в ПЗК. Представим себе, что источник звука находится на глубине z_m , соответствующей минимуму скорости звука (рис. 3.3). Каков будет ход звуковых лучей, выходящих из источника? Луч, идущий вдоль горизонтали $z = z_m$ будет прямолинейным. А те лучи, которые выходят под некоторым углом к этой горизонтали, будут искривляться. По аналогии это явление называют рефракцией звука. Поскольку и выше, и ниже уровня z_m скорость звука возрастает, звуковые лучи будут искривляться в направлении горизонтали $z = z_m$, в какой-то момент луч станет «параллельным» этой горизонтали и, «отразившись», повернет к ней (см. рис. 3.3).

Рис. 3.3: Преломление звука в акустически неоднородной среде (скорость звука $c(z)$ имеет минимум на глубине $z = z_m$).



Итак, рефракция звука в океане приводит к тому, что часть звуковой энергии, излучаемой источником, может распространяться, не выходя на поверхность воды и не доходя до дна. А это и означает, что в такой среде реализуется волноводный механизм распространения звука — подводный звуковой канал. Роль «стенок» этого волновода выполняют слои воды на тех глубинах, где происходит «поворот» звукового луча.

Уровень глубины z_m , на которой скорость звука минимальна, называют осью ПЗК. Обычно величины z_m лежат в диапазоне 1000–1200 м; однако в тропических широтах, где вода прогревается на большую глубину, ось ПЗК может опускаться и до глубин в 2000 м. Наоборот, в высоких широтах влияние температуры на распределение скорости звука оказывается только в приповерхностном слое, и ось ПЗК поднимается до глубин 200–500 м, а в полярных широтах — еще ближе к поверхности.

В океане могут существовать два различных типа ПЗК. Канал первого типа образуется в том случае, когда скорость звука у поверхности воды (c_0) меньше, чем у дна (c_d). Этот случай обычно имеет место в глубоководных районах, где давление у дна достигает сотен атмосфер. Как мы уже говорили, звук, идущий из воды в воздух, хорошо отражается от поверхности их раздела, и если поверх-

нность океана гладкая (штиль), то она служит резкой верхней границей волновода, и канал занимает весь слой воды от поверхности до дна (рис. 3.4).

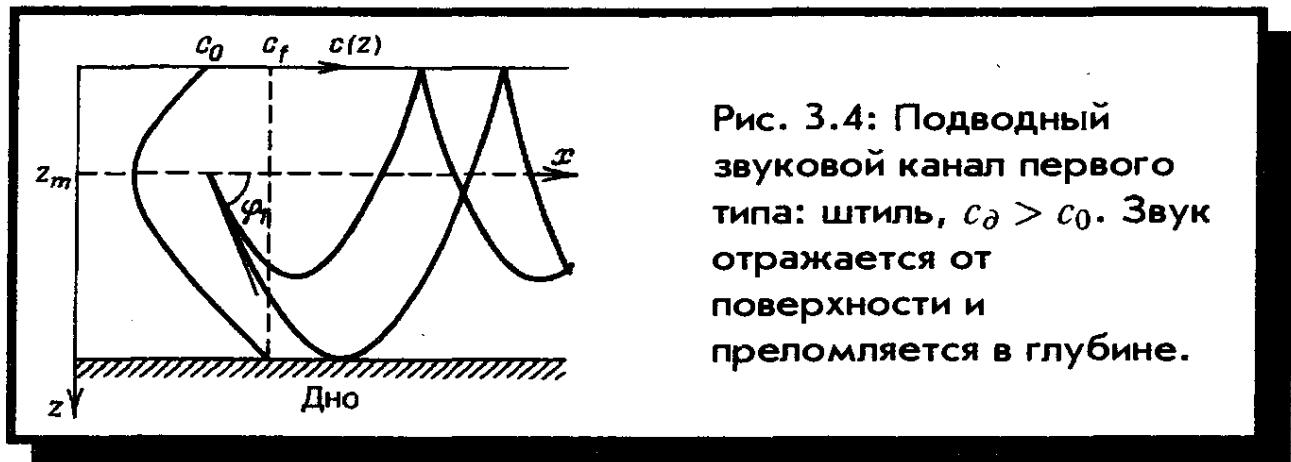


Рис. 3.4: Подводный звуковой канал первого типа: штиль, $c_d > c_0$. Звук отражается от поверхности и преломляется в глубине.

Посмотрим, какая часть звуковых лучей «захватывается» в ПЗК. Для этого перепишем соотношение Снеллиуса в таком виде:

$$c(z) \cos \varphi_1 = c_1 \cos \varphi(z)$$

где φ_1 и $\varphi(z)$ — углы, образуемые звуковым лучом с горизонтальной плоскостью на глубинах z_1 и z соответственно. Эти углы называют углами скольжения (понятно, что $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1$, $\varphi(z) = \frac{\pi}{2} - \alpha(z)$). Если источник звука находится на оси ПЗК, то $c_1 = c_m$; канал захватывает лучи, для которых угол скольжения у дна равен $\varphi(z) = 0$. Так что все лучи, которые выходят из источника под углами скольжения φ_1 , удовлетворяющими условию (см. рис. 3.4)

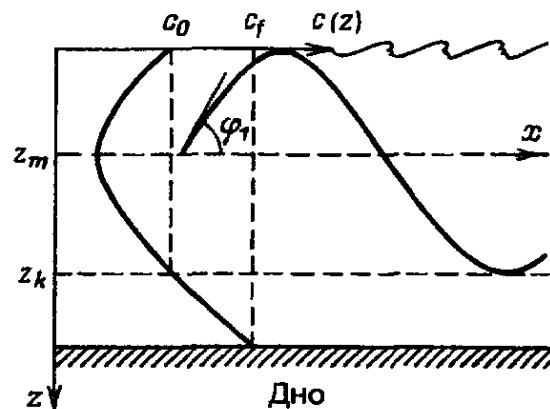
$$\cos \varphi_1 \geq \frac{c_m}{c_d}$$

попадают в ПЗК.

При неровной поверхности воды звуковые лучи будут рассеиваться на ней; те лучи, которые уйдут от поверхности под достаточно большими углами скольжения, дойдут до дна и там поглотятся. Однако и в этом случае канал может захватывать все те лучи, которые благодаря рефракции чуть-чуть не доходят до волнующейся поверхности (рис. 3.5). Канал при этом простирается от поверхности до глубины z_k , которая определяется из условия $c(z_k) = c_0$. Понятно, что такой канал захватывает все звуковые лучи с углами скольжения

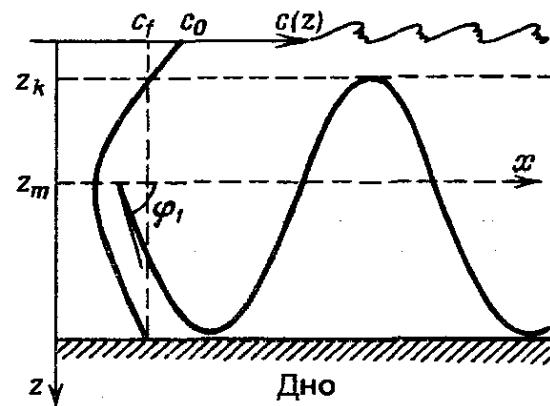
$$\varphi_1 \leq \arccos \frac{c_m}{c_0}$$

Рис. 3.5: Еще один ПЗК первого типа: море волнуется, $c_d > c_0$. Звук преломляется у поверхности, но не достигает дна.

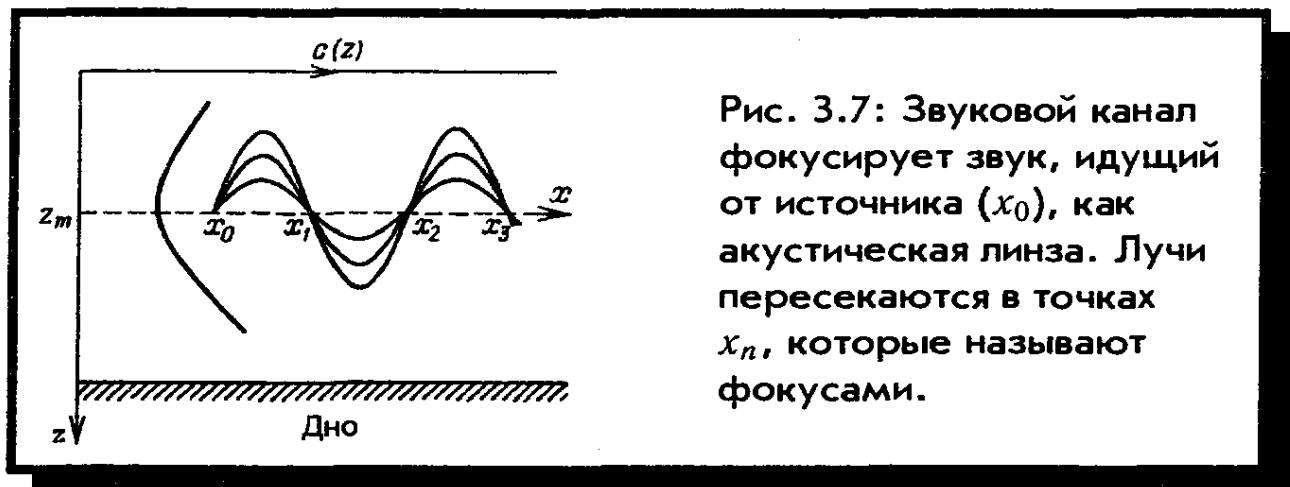


Канал второго типа характерен для мелководных районов и образуется в случае, когда скорость звука вблизи поверхности оказывается большей, чем у дна (рис. 3.6). Он занимает слой воды от дна до глубины z_k такой, что $c(z_k) = c_d$. Это как бы перевернутый канал первого типа в случае волнующейся поверхности.

Рис. 3.6: Подводный звуковой канал второго типа. Когда $c_d < c_0$, звук преломляется вблизи дна и не достигает поверхности.



Если источник звука расположен вблизи оси ПЗК, то в точку приема сигнала приходит, как правило, множество звуковых лучей, причем время прохождения звука по ним различно и оказывается максимальным для осевого луча (скорость распространения звука на этой глубине минимальна). Интенсивность короткого импульсного сигнала, регистрируемого в точке приема, растет от начала приема к концу, поскольку разность между временами прихода импульсов по разным лучам к концу приема сигнала уменьшается, и они начинают накладываться один на другой, что и приводит к увеличению интенсивности. Последним приходит звуковой луч, распространяющийся вдоль оси ПЗК (с нулевым углом скольжения), после чего сигнал резко обрывается.



Для определенных типов зависимости скорости звука от глубины ПЗК действует на звуковые лучи подобно фокусирующей линзе: если излучатель расположен на оси ПЗК, то лучи, вышедшие под различными углами скольжения, будут периодически сходиться на оси канала в точках, называемых фокусами ПЗК. Так, для канала, в котором скорость звука меняется с глубиной по закону, близкому к параболическому — $c(z) = c_m(1 + \frac{1}{2}b^2\Delta z^2)$, где $\Delta z = z - z_m$ фокусы для лучей, вышедших под малыми углами скольжения, будут находиться в точках $x_n = x_0 + \pi n/b$, где $n = 1, 2, \dots$, а коэффициент b — имеет размерность, обратную длине (рис. 3.7). Такой профиль кривой $c(z)$ близок к реальному распределению скорости звука в глубинных ПЗК. Отклонения от точной параболической зависимости в $c(z)$ приводят к размытию фокусов на оси ПЗК¹.

Ну, а можно ли заставить звук, распространяющийся по ПЗК, совершил кругосветное путешествие — обогнуть под водой весь земной шар и вернуться к своему источнику? Нет, нельзя. Первой и самой непреодолимой преградой служат материки и значительные перепады в глубинах Мирового океана. Поэтому нельзя выбрать такой путь, вдоль которого существовал бы единый ПЗК, вокруг всего земного шара. Но это не единственная причина. Звуковая волна, распространяющаяся в ПЗК, отличается от звуковых волн в водопроводной трубе и переговорной трубке.

¹Как многие периодические процессы, распространение лучей по параболическому волновому каналу следует гармоническому закону. Траектории лучей в окрестности оси описываются уравнением:

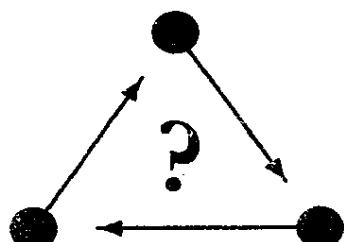
$$\frac{d^2 \Delta z}{dx^2} = -b^2 \Delta z,$$

в котором роль времени выполняет горизонтальная координата x . Очевидно, что траектории — это синусоиды $\Delta z = A \sin b(x - x_0)$, пересекающиеся в точках, где синус равен нулю, $x_n - x_0 = \pi n / b$. (Прим. ред.)

Как уже говорилось, при распространении в этих волноводах звуковая волна одномерна, площадь ее волнового фронта постоянна на любом расстоянии от источника звука, и следовательно, интенсивность звука (без учета тепловых потерь) также будет постоянна в любом сечении трубы. В подводном звуковом канале звуковая волна распространяется не вдоль прямой, а по всем направлениям в плоскости $z = z_m$. Поэтому волновым фронтом является цилиндрическая поверхность, и уже из-за этого интенсивность звука падает по мере удаления от источника пропорционально $1/R$, где R — расстояние от источника звука до места наблюдения (получите эту зависимость и сравните ее с полученным вами ранее законом убывания интенсивности для сферической звуковой волны в трехмерном пространстве).

Другой причиной ослабления звука служит затухание звуковой волны при ее распространении в морской воде. Энергия волны переходит в тепло из-за вязкости воды, а также других необратимых процессов. Кроме того, звуковая волна рассеивается в океане на различных неоднородностях, которыми могут служить взвешенные в воде частицы, пузырьки воздуха, планктон и даже плавательные пузыри рыб.

В заключение заметим, что описанный подводный звуковой канал — отнюдь не единственный пример волновода, существующего в природе. Так, дальнее радиовещание с наземных радиостанций возможно только благодаря распространению радиоволн в атмосфере по гигантским волноводам. В определенных условиях в атмосфере могут образовываться волноводные каналы и для электромагнитных волн светового диапазона. Тогда, в результате сверх дальних миражей, в центре пустыни можно увидеть величаво плывущий морской корабль, а среди океана вдруг поднимается город.



Покажите, что траектории лучей в подводном звуковом канале подчиняются уравнению гармонических колебаний.

Глава 4

В голубом просторе

Когда же солнце вас расплавит,
Серебряные облака,
И будет вышина мягка,
И крылья тишина расправит?

О. Мандельштам

Изучать окружающий мир по картинам хорошего художника-пейзажиста можно даже лучше, чем в натуре, ибо в пейзаже автор как бы останавливает мгновение, интуитивно усиливая существенное и опуская лишнее, случайное. При этом художнику нет нужды всегда понимать подчас весьма сложную сущность тех явлений, которые он отображает на своих полотнах.

Посмотрим на картину Аркадия Александровича Рылова¹ «В голубом просторе». «Белые птицы, как и облака, легко парят, купаясь в голубой лазури. И так же плавно, как белая птица, по спокойно колышущимся синим волнам океана скользит покрытый парусами корабль», — так описывает эту картину известный искусствовед А. А. Федоров-Давыдов. Жаль, конечно, что судить о достоинствах этого полотна нам приходится по репродукции, приведенной на цветной вклейке.

Попробуем взглянуть на картину глазами естествоиспытателя. Прежде всего, откуда художник писал пейзаж — со скалистого уступа берега или с борта корабля?

Скорее всего, он был на корабле, так как на переднем плане картины не видно прибоя, распределение волн симметрично и не искажено близким присутствием берега.

¹А. А. Рылов (1870–1939) — русский живописец, работал в эпико-романтической манере.

Давайте попытаемся оценить скорость ветра, который раздувает паруса корабля, скользящего вдали. Мы не первые, кто задается вопросом оценки скорости ветра по величине волн или по другим проявлениям в окружающий нас природе. Еще в 1806 г. английский адмирал Ф. Бофорт¹ разработал двенадцатибалльную шкалу для приближенной оценки скорости ветра по его действию на наземные предметы и по волнению в открытом море, см. таблицу 4.1 на стр. 32. Эта шкала принята Всемирной метеорологической организацией, ею пользуются и поныне.

Шкала Бофорта

Баллы Бо- форта	Словесное определение силы ветра	Средняя скорость ветра (м/с) на высоте 10 м	Действие ветра
0	Штиль	0 ÷ 0,2	Зеркально гладкое море
1	Тихий	0,3 ÷ 1,5	На море легкая рябь; пены на гребнях нет. Высота волн до 0,1 м
2	Легкий	1,6 ÷ 3,3	На море короткие волны с максимальной высотой до 0,3 м
3	Слабый	3,4 ÷ 5,4	Легкое волнение на воде; изредка образуются маленькие барашки. Высота волн до 0,6 м
4	Умеренный	5,5 ÷ 7,9	Белые барашки на море видны во многих местах. Максимальная высота волн до 1,5 м
5	Свежий	8,0 ÷ 10,7	Повсюду видны белые барашки. Средняя высота волн 2 м

¹Ф. Бофорт (1774–1857) — английский контрадмирал, военный гидрограф и картограф, глава гидрографической службы Великобритании. Море Бофорта омывает северное побережье Аляски.

Шкала Бофорта

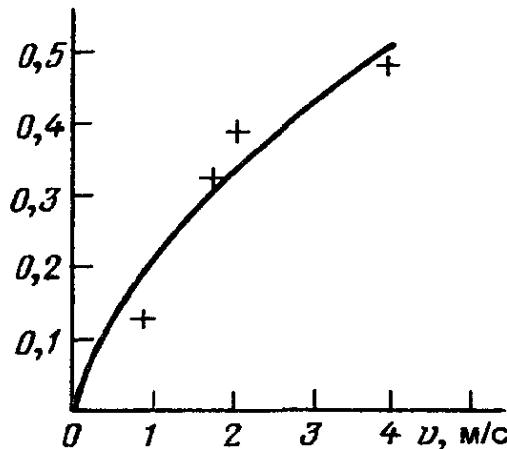
6	Сильный	$10,8 \div 13,8$	Белые пенистые гребни занимают значительные площади, образуется водяная пыль. Максимальная высота волн до 4 м
7	Крепкий	$13,9 \div 17,1$	Гребни волн срываются ветром. Максимальная высота волн до 5,5 м
8	Очень крепкий	$17,2 \div 20,7$	Сильное волнение на море. Максимальная высота волн до 7,5 м
9	Шторм	$20,8 \div 24,4$	Очень сильное волнение на море. Максимальная высота волн до 10 м
10	Сильный шторм	$24,5 \div 28,4$	Поверхность моря белая от пены. Сильный грохот подобен ударам. Очень высокие волны — до 12,5 м
11	Жестокий шторм	$28,5 \div 32,6$	На море исключительно высокие волны — до 16 м. Небольшие суда временно скрываются из вида
12	Ураган	$\geq 32,7$	

Взглянув на картину, видим, что волнение на воде легкое, изредка на гребнях волн образуются маленькие белые барашки. Это, согласно шкале Бофорта, соответствует слабому ветру со скоростью около 5 м/с.

Заметим, что о скорости ветра можно судить не только по шкале Бофорта, но и по контрасту яркости неба и моря. При наблюдении горизонта в открытом море, как правило, видна чёткая граница между небом и морем. Только при полном штиле их яркости становятся одинаковыми. Контраст в этом случае исчезает,

море и небо сливаются воедино. Такое явление в природе наблюдается довольно редко — штиль для этого должен быть практически абсолютным: 0 баллов по шкале Бофорта. При малейшем ветре на поверхности моря появляются волны. Коэффициент отражения света от наклонных участков поверхности уже не равен единице, поэтому и возникает контраст между яркостью неба и моря, который может быть измерен экспериментально. Так, зависимость контраста яркостей моря и неба от скорости ветра была измерена во время одной из экспедиций научно-исследовательского судна «Дмитрий Менделеев». На рисунке 4.1 крестиками показаны результаты измерений, сплошной линией — найденная А. В. Бялко и В. Н. Пелевиным теоретическая зависимость.

Рис. 4.1: Зависимость контраста яркости моря и неба от скорости ветра.



А кстати, почему барашки белые и так сильно отличаются по цвету от сине-зеленого моря?

Цвет моря определяется многими факторами, среди которых важнейшими являются положение солнца, цвет неба, рельеф поверхности моря, глубина моря; если глубина невелика, то важным фактором является наличие или отсутствие в воде водорослей и содержание в ней взвешенных твердых частиц. Все эти факторы влияют на отражение света от поверхности моря, на поглощение и рассеяние света в глубине. Поэтому однозначное объяснение видимого цвета моря просто невозможно. Но кое в чем разобраться можно. Так, например, можно понять, почему цвет ближайших к художнику волн гораздо темнее общего фона моря, а к горизонту море становится светлее.

Степень отражения световой волны при падении на границу раздела двух сред с разными оптическими плотностями определяется углом падения α и относительным показателем преломления сред. Количественно ее характеризуют коэффициентом отражения, который равен отношению ин-

тенсивностей отраженного и падающего света¹. Коэффициент отражения зависит от угла падения. Чтобы обнаружить эту зависимость, понаблюдайте, как отражаются лучи дневного света от поверхности полированного стола. Здесь оптически более плотной средой служит прозрачный слой лака. Вы увидите, что при скользящих лучах отражается практически весь световой поток, а с уменьшением угла падения все большая часть светового потока проникает в среду с большей оптической плотностью и все меньшая часть отражается от поверхности раздела. Коэффициент отражения убывает с уменьшением угла падения.

Обратимся теперь к схематическому изображению волны, показанному на рис. 1 (см. вторую страницу обложки), из которого видно, что углы падения α_1 и α_2 лучей, попадающих в глаз наблюдателя от «фрона» волны и от «спины», разные и $\alpha_2 > \alpha_1$. Поэтому от удаленных областей волн в глаз наблюдателя попадает больше отраженного света, и передний фронт волны виден более темным, чем ровная поверхность моря сзади. В случае многих волн на поверхности моря угол α , вообще говоря, меняется в зависимости от того, смотрим ли мы на гребень волны или на впадину вблизи или вдалеке от фронта волны. По мере удаления к горизонту картина волн как бы усредняется, наблюдатель уже не видит долин между волнами, и постепенно темные склоны волн исчезают совсем. Поэтому на картине область моря вблизи горизонта кажется более светлой, чем на переднем плане.

Теперь мы можем объяснить, почему барашки на гребнях волн белые. Бурлящая вода в барашках содержит множество пузырьков воздуха, которые непрерывно движутся, лопаются, меняют форму. Углы отражения меняются от точки к точке и во времени. Поэтому в пене барашка солнечные лучи полностью отражаются, и барашки воспринимаются белыми².

На цвет моря в большой степени влияет цвет неба над ним. И если первый, как мы уже говорили, предсказать практически невозможно, то цвет неба можно понять на основании физических законов. Ясно, что цвет неба определяется рассеянием солнечных лучей в земной атмосфере. Но почему рассеяние лучей солнца, спектр которого сплошной, то есть содержит все длины волн, приводит к синему, голубому цвету неба, а само солнце мы видим желтым? Разобраться в этом вопросе нам поможет закон Релея для рассеяния света.

¹ Интенсивностью света называют среднее (по времени) значение светового потока через единицу поверхности площадки, перпендикулярной к направлению распространения света.

² Забегая вперёд, скажем, что в морской пене голубые лучи, идущие от неба, вновь смешиваются с желтоватым солнечным светом. Поэтому «барашки» кажутся белыми. (Прим. ред.)

В 1898 г. английский физик Релей¹ создал теорию рассеяния света на заряженых частицах, размеры которых значительно меньше длины волны рассеиваемого света. Найденный им закон гласит: *интенсивность рассеянного света пропорциональна четвертой степени частоты световой волны или обратно пропорциональна четвертой степени длины волны*. Для объяснения цвета неба Релей применил свой закон к рассеянию солнечного света в атмосфере (поэтому иногда сформулированный выше закон называют «законом синего неба»).

Попробуем понять качественно содержание закона Релея. Свет представляет собой электромагнитные волны. Молекулы состоят из ядер и электронов — частиц заряженных. Попадая в поле электромагнитной волны, эти заряженные частицы начинают двигаться, причем можно считать, что их движение происходит по гармоническому закону: $x(t) = A_0 \sin \omega t$, где A_0 — амплитуда колебаний, а ω — частота световой волны. При таком движении заряженные частицы обладают ускорением $a = x_t'' = -A_0\omega^2 \sin \omega t$. Однако ускоренно движущиеся заряженные частицы сами становятся источниками электромагнитного излучения — так называемых вторичных волн. Амплитуда такой вторичной волны пропорциональна ускорению порождающей ее частицы (равномерно движущиеся заряженные частицы, как известно, создают электрический ток, но не излучают электромагнитных волн). Соответственно интенсивность излучения вторичных волн оказывается пропорциональной квадрату ускорения движения электронов в поле первичной волны (движением тяжелых ядер можно пренебречь), а следовательно, четвертой степени частоты ($I \sim a^2 \sim (x_t'')^2 \sim \omega^4$).

Но вернемся к цвету неба. Отношение длины волны красного к длине волны синего света равно $650 \text{ нм} / 450 \text{ нм} = 1,44$ (1 нм (нанометр) $= 10^{-9} \text{ м}$). Возведя это число в четвертую степень, получим 4,3. Таким образом, согласно закону Релея интенсивность рассеянного в атмосфере синего света в четыре раза превышает интенсивность рассеянного красного света, и слой воздуха толщиной в десятки километров приобретает окраску с заметным преобладанием синих и голубых цветов. А видимый солнечный свет, который дошел до нас сквозь «заслон» атмосферы, в большей степени лишен коротковолновой части своего спектра. Поэтому солнце, которое мы видим в прошедших сквозь атмосферу лучах, принимает слабый желтый оттенок. Этот оттенок может усиливаться, становиться оранжевее и краснее по мере захода солнца, когда солнечным лучам приходится преодолевать больший путь в атмосфере.

¹Дж. У. Релей (1842–1919) — английский физик, председатель Лондонского Королевского Общества, лауреат Нобелевской премии 1904.

ре (при восходе солнца, естественно, смена цветов происходит в обратном порядке).

Заметим, что в законе Релея предполагается только, что длина волны рассеиваемого света намного превышает размеры рассеивающих частиц, однако сам этот размер в выражение для интенсивности не входит. Релей первоначально предполагал, что цвет неба обусловлен рассеянием солнечного света на мельчайших частицах, запыляющих атмосферу. Однако позже он пришел к убеждению, что солнечные лучи рассеиваются на молекулах газов, входящих в состав воздуха. Через десять лет, в 1908 г., польский физик-теоретик М. Смолуховский¹ высказал идею о том, что рассеивателями в оптически однородной среде должны выступать весьма неожиданные объекты: неоднородности плотности частиц и связанные с ними неоднородности оптической плотности. С помощью этой гипотезы Смолуховскому удалось объяснить известное задолго до его исследований явление *критической опалесценции* — сильного рассеяния света в жидкости или газе вблизи критической точки. Наконец, А. Эйнштейн в 1910 г. создают последовательную количественную теорию молекулярного рассеяния света, основанную на идее Смолуховского. Для газов интенсивность рассеянного света, вычисленная по формуле Эйнштейна², в точности совпала с результатом, полученным ранее Релеем.

Все, казалось бы, стало на свои места. Но откуда берутся неоднородности в плотности воздуха? Ведь он находится в состоянии термодинамического равновесия, а если даже дует ветер, то связанные с этим движением неоднородности имеют гигантские размеры, превышающие длину волны света в огромное число раз, и на рассеянии света сказываться никак не могут.

Для понимания природы неоднородностей показателя преломления света давайте более детально разберемся с понятием термодинамического равновесия. Для простоты рассмотрим некоторый макроскопический объем газа, находящийся в замкнутом сосуде.

Физика рассматривает системы, состоящие из гигантского числа частиц, поэтому единственным возможным путем описания свойств таких систем — статистический. Статистический подход означает, что мы следим не за состоянием каждой молекулы в отдельности, а вычисляем средние значения соответствующих физических величин для всей системы в целом. При этом вовсе не обязательно, чтобы для всех молекул значение рассматриваемой физической величины равнялось соответствующему

¹М. фон Смолан—Смолуховский (1872–1917) — польский физик, автор классических работ по теории флуктуаций и теории броуновского движения.

²См. сноска на стр. 10.

среднему. При рассмотрении нашего макроскопического объема газа наиболее вероятным будет состояние, в котором молекулы газа распределены в среднем равномерно по всему объему сосуда. Однако благодаря тепловому движению молекул всегда имеется отличная от нуля вероятность того, что концентрация молекул в некоторой области сосуда на некоторое время превысит среднюю концентрацию молекул в рассматриваемом объеме (при этом, естественно, в другой области рассматриваемого объема концентрация молекул на это время понизится). Теоретически возможно даже такое состояние, когда все молекулы газа соберутся в одной половине объема рассматриваемого сосуда, а вторая окажется абсолютно пустой. Но вероятность такого события выражается столь малым числом, что нет никакой надежды на его реализацию даже в пределах существования Вселенной, которое по современным представлениям составляет 6–7 миллиардов лет.

Однако небольшие отклонения физических величин от их средних значений возможны, и не только возможны, но и постоянно происходят благодаря тепловому движению молекул. Эти отклонения называются *флуктуациями* (от латинского слова *fluctuari* — колебаться). Именно они и приводят к тому, что в некоторых областях плотность газа возрастает, а в других убывает, что сказывается на величине коэффициента преломления света в данных областях.

Если мы теперь вернемся к рассмотрению рассеяния света в атмосфере, то все рассуждения, проведенные для ограниченного объема газа, останутся справедливыми. Кроме того, так как воздух является смесью различных газов, различие в тепловом движении молекул разных газов приводит к дополнительным возможностям появления неоднородностей коэффициента преломления света в пространстве, обусловленных флуктуациями.

Характерный размер неоднородности коэффициента преломления света (неоднородности плотности) зависит от температуры. Для слоев атмосферы, в которых происходит основное рассеяние солнечного света, размеры таких неоднородностей оказываются много меньшими длины волны видимого света, но значительно превышающими размеры молекул газов, входящих в состав воздуха. Поэтому рассеяние света происходит именно на них, а не на молекулах, как это предполагал Релей.

И все же небо мы видим синим, а не фиолетовым, хотя закон Релея предсказывает преобладание фиолетового цвета. Оказывается, что это расхождение обусловлено двумя причинами. Во-первых, в спектре солнечного света гораздо меньше фиолетовых лучей, чем синих. Вторым виновником кажущегося расхождения теории и практики является наш «регистрирующий прибор» — глаз человека с нормальным зрением. Дело в том, что острота зрительного восприятия человеческого глаза суще-

ственно зависит от длины волны света. На рис. 2 (см. вторую страницу обложки) приведена экспериментально построенная кривая, характеризующая эту зависимость. Из рисунка видно, что на фиолетовые лучи глаз реагирует гораздо слабее, чем на сине-зеленые. Именно поэтому воспринимаемые человеческим глазом рассеянные солнечные лучи практически не имеют фиолетовой компоненты.

А почему же на голубом небе мы ясно видим белые облака? Разве при рассеянии света на составляющих их частицах не справедливы выводы из закона Релея?

Дело в том, что облака состоят из мельчайших капель воды или кристаллов льда, размеры которых, однако, значительно превышают длины волн видимого света. Поэтому при рассеянии солнечного света на частицах, составляющих облака, закон Релея не применим — рассеяние света всех длин волн в этом случае происходит приблизительно с одинаковой интенсивностью, и облака воспринимаются белыми, что мы и видим на картине.

Всмотритесь теперь в форму облаков. По картине видно, что хотя верхняя часть облака рыхлая и клубящаяся (эти облака и называют кучевыми), нижняя граница резко очерчена. С чем это связано? Оказывается, что кучевые облака (в отличие от слоистых) образуются при конвекционном подъеме от поверхности земли теплых насыщенных влагой слоев воздуха. По мере подъема над морем (как и над сушей) температура воздуха падает. Понятно, что для высот над уровнем моря, много меньших радиуса Земли и расстояния до ближайшего берега, поверхности постоянной температуры (изотермы) близки к плоскостям, параллельным поверхности моря. При этом вблизи поверхности моря падение температуры происходит достаточно быстро — примерно один градус на сотню метров (вообще говоря, зависимость температуры воздуха от высоты далеко не линейна, однако до высот в несколько километров приведенные цифры верны).

Но вернемся к поднимающемуся потоку воздуха. Как только он достигает высоты, температура воздуха на которой соответствует точке росы для содержащегося в нем водяного пара, тот начинает конденсироваться в мельчайшие капельки воды. Этой изотермой и определяется нижняя граница облака. Учитывая, что размеры облака по горизонтали составляют сотни и тысячи метров, мы видим, что предлагаемое объяснение приводит к достаточно четко очерченной нижней границе облака, так как конденсация водяного пара будет происходить с разбросом в несколько десятков метров по высоте, что гораздо меньше горизонтального размера облака. В подтверждение сказанного на заднем плане картины мы видим целый ряд облаков с плоскими нижними границами, которые висят на одном уровне над морем.

Но поднимающийся воздух после образования нижней границы облака не останавливается, а, быстро охлаждаясь, продолжает подниматься вверх. Оставшиеся в нем водяные пары интенсивно конденсируются и вот уже начинают превращаться не в капельки воды, а в кристаллики льда, из которых обычно и состоит верхняя граница кучевого облака. Потеряв всю влагу и охладившись, воздух останавливается и начинает свое обратное движение вниз. Он растекается в стороны и опускается, обтекая облако. Из-за описанных конвекционных потоков и образуются характерные барашки на верхней границе кучевых облаков, а из-за того, что охладившийся воздух опускается вниз, эти облака, как правило, не образуют непрерывную массу, а разделены чистыми промежутками голубого неба.

На переднем плане картины клином летит стая белых птиц. Оценим частоту взмахов крыльев птицы средних размеров (массой $m \approx 5$ кг, с площадью крыла $S \approx 0.5 \text{ м}^2$) в условиях полета без планирования. Пусть средняя скорость движения крыла \bar{v} . Тогда за время Δt при движении крыла вниз птица сообщает массе воздуха $\Delta m = \rho S \bar{v} \Delta t$ (ρ — плотность воздуха) скорость \bar{v} , то есть передает ей импульс $\bar{\Delta p} = \rho S \bar{v}^2 \Delta t$. Для того чтобы птица держалась на заданной высоте, этот импульс должен компенсировать соответствующее воздействие силы тяжести: $\bar{\Delta p} = mg\Delta t$. Отсюда находим, что $mg = \rho S \bar{v}^2$, и, таким образом, для средней скорости движения крыла имеем $\bar{v} = \sqrt{mg/\rho S}$. Этую скорость уже можно связать с частотой ν взмахов крыльями и длиной крыла L соотношением

$$\bar{v} = \omega L = 2\pi \nu L.$$

Считая, что $L \sim \sqrt{S}$, находим

$$\nu \approx \frac{1}{2\pi S} \left(\frac{m g}{\rho} \right)^{1/2} \approx 2 \text{ c}^{-1}. \quad (*)$$

Итак, согласно нашей оценке, крупная птица должна делать примерно один взмах за две секунды, что по порядку величины вполне разумно.

Интересно исследовать полученную формулу подробнее. Сделаем грубое предположение, что у всех птиц, независимо от размеров и пород, форма тела одинакова. Тогда площадь крыла можно связать с массой птицы соотношением $S \sim m^{2/3}$. Подставляя это в найденное нами выражение для частоты взмахов крыльями, находим) что

$$\nu \sim \frac{1}{m^{1/6}}.$$

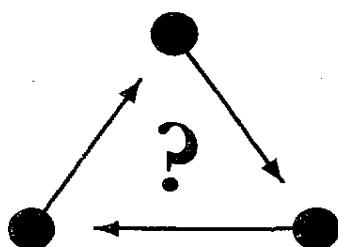
Таким образом, мы видим, что с уменьшением размеров птицы частота ее взмахов крыльями возрастает, в чем легко убедиться на опыте. Ко-

нечно, сделанное нами предположение о единстве формы всех птиц очень грубое — у больших птиц крылья даже относительно гораздо больше, чем у малых, однако этот факт только усиливает найденную нами тенденцию.

Заметим, что ту же формулу (4.1) (однако без существенного множителя 2π) можно было легко получить просто методом размерностей. Действительно, ясно, что частота взмахов зависит только от веса птицы, площади ее крыльев S и плотности окружающего воздуха ρ . Записывая $\nu = \rho^\alpha S^\beta (mg)^\gamma$ и сравнивая размерности физических величин в левой и правой частях этого равенства, находим, что $\alpha = -\gamma = -1/2$, $\beta = -1$, то есть

$$\nu \sim \frac{1}{S} \left(\frac{m g}{\rho} \right)^{1/2}.$$

Мы далеко не исчерпали всех тех вопросов и ответов, которые можно найти в «Голубом просторе». Пытливому и наблюдательному зрителю в этой картине могут открыться и другие, может быть, более интересные явления. Да и нет надобности ограничиваться картиной — интересные вопросы и задачи можно найти везде в окружающем нас повседневном мире.



Интересно, смогли бы вы теперь объяснить, почему из космоса Земля кажется такой голубой?

Глава 5

Лунные дорожки

А в воде — в реке, в пруде, в озерах, в яме
Фонарями разбросалася луна.

И. Северянин

Nocturne

Отражения самых различных источников света от поверхности воды часто имеют вид длинных дорожек света, направленных от источника к нашему глазу. Вспомните хотя бы отражение солнца в море во время заката или отражения от уличных фонарей набережной в реке. Широкую полосу света отбрасывает луна, отражаясь в море или озере.

Все эти явления происходят вследствие того, что каждая маленькая волна на поверхности воды дает свое отдельное изображение. Попробуем разобраться, почему все освещенные волны вместе образуют продолговатую фигуру, вытянутую от источника света к наблюдателю, — дорожку.

Мы уже говорили, что рябь образуется на воде, когда волнение составляет 1–3 балла по шкале Бофорта. При меньшем ветре поверхность воды отражает как плоское зеркало (состояние штиля). При большем она покрывается белыми барашками, и световая дорожка теряет резкие очертания. Рябь можно представить как множество мелких волн, разбросанных по поверхности воды абсолютно неправильно и возникающих одинаково часто во всех направлениях¹. Крутизна склона волн при этом не превышает некоторого предельного значения α , которое зависит от силы ветра и может достигать 20° – 30° .

Попробуем теперь найти границу полосы света, несколько упростив задачу. Именно, будем считать, что в каждом месте поверхности имеется

¹ Вспомните о принципе независимости Релея. (*Прим. ред.*)

большое число маленьких зеркальных волн, крутизна склонов которых меняется в пределах от 0 до α , и волны имеют различные направления. Кроме того, для простоты будем считать, что наблюдатель и источник света находятся на одном уровне над поверхностью воды h (рис. 5.1).

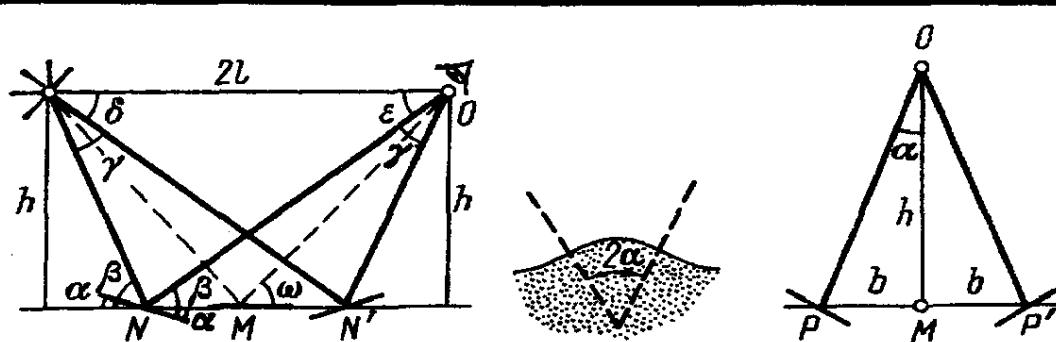


Рис. 5.1: Длина световой дорожки зависит от крутизны склонов волн, перпендикулярных ее оси. Ширина определяется отражениями от склонов, параллельных дорожке.

Маленькое горизонтальное зеркальце будет отбрасывать свет в глаз наблюдателя O только в том случае, когда расстояния от него до наблюдателя и до источника одинаковы (в точке M)¹. Если же зеркало наклонено под углом α в сторону наблюдателя, то для того чтобы отраженный свет попадал в глаз, оно должно быть несколько сдвинуто от наблюдателя (точка N). Зеркальце, наклоненное под углом α в противоположную сторону, должно находиться в точке N' .

Наклонные положения зеркала аналогичны крайним положениям волн, при которых отраженный от них свет еще попадает в наш глаз. Поэтому расстояние между N и N' определяет длину световой дорожки. Во всех точках между N и N' найдутся участки волн, имеющие достаточный наклон для того, чтобы отражать лучи в наш глаз.

Рассмотрим теперь углы между лучами света. Из рис. 5.1 видно, что $\beta + \alpha = \gamma + \delta$, $\beta - \alpha = \varepsilon = \delta$ откуда $\gamma = \alpha + \beta - (\beta - \alpha) = 2\alpha$. Таким образом, мы приходим к выводу, что угол, под которым мы видим большую ось светового пятна, просто равен углу между двумя наиболее крутыми склонами. Нетрудно посчитать и линейный размер большой оси пятна — отрезок NN' .

¹Если быть точным, точка M совпадает с отражением источника света от поверхности абсолютно спокойной воды. (Прим. ред.)

Короткая ось пятна отраженного света легко находится аналогичным способом. Если сместить зеркальце из точки M в направлении, перпендикулярном NN' , то для того чтобы отраженный свет попал в глаз наблюдателя, зеркальце надо повернуть на некоторый угол вокруг оси, параллельной NN' (рис. 5.1). Считая, что предельный угол поворота зеркальца по-прежнему равен α , находим, что ширина полосы света $pp' = 2h \operatorname{tg} \alpha$, и следовательно, короткая ось стягивает угол $\beta = 2h \operatorname{tg} \alpha / \sqrt{l^2 + h^2}$.

Отношение двух видимых полуосей пятна будет равно $\beta/2\alpha$, или, считая, что пятно невелико и угол α мал, равно $\beta/2\alpha = \sin \omega$, где ω — угол, под которым мы смотрим в воду.

Чем меньше этот угол, тем больше вытянуто пятно. Если взгляд скользит по поверхности, то пятно света будет до бесконечности вытягиваться и суживаться.

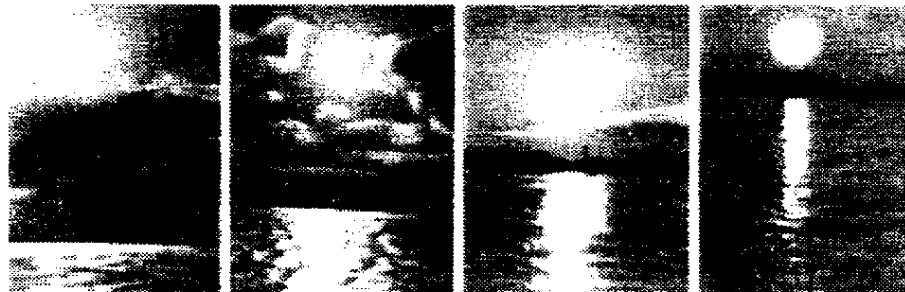
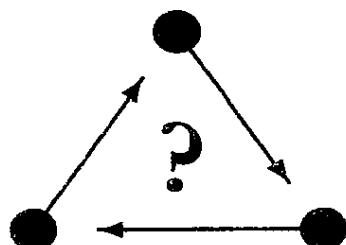


Рис. 5.2: Скорости ветра (слева направо): 12 м/с; 12 м/с; 5 м/с; 2 м/с. Высоты солнца над горизонтом: 30°; 20°; 13°; 7°.

При наблюдении световых дорожек на поверхности моря угол ω обычно мал — световые дорожки достигают горизонта (см. рис. 5.2), так что можно говорить только о ширине дорожки. И хотя полученные нами формулы буквально не применимы в этом случае, пользуясь ими, можно не только качественно объяснить происхождение дорожек, но и понять зависимость их ширины от силы ветра и высоты солнца над горизонтом: с увеличением α и h ширина дорожки возрастает.



Определите угол ω , если угловая высота Луны над горизонтом равна β .

Глава 6

Маятник Фуко и закон Бэра

...Было, однако, в этом маятнике нечто, заставившее меня всмотреться в него повнимательнее.

Эдгар По
Колодец и маятник

Еще совсем недавно, в те времена, когда Санкт-Петербург назывался Ленинградом, в знаменитом Исаакиевском соборе был антирелигиозный музей. Разумеется, привлекали туда главным образом великолепие архитектуры и убранства здания. Однако, уходя, мало кто не вспоминал об удивительном маятнике (рис. 6.1). Плоскость его колебаний медленно поворачивалась с течением времени! Впервые такое наблюдение провел французский ученый Фуко¹ в 1851 г. Опыт проводился в огромном зале Парижского Пантеона, шар маятника имел массу 28 кг, а длина поплавса была 67 м. С тех пор такой маятник называют маятником Фуко. Как же объяснить его движение?

Если бы на Земле строго выполнялись законы Ньютона², то, как известно из школьного курса физики, маятник колебался бы в одной плоскости. Значит, в системе отсчета, связанной с Землей, законы Ньютона надо «исправить». Это делают, вводя специальные силы — силы инерции.

¹Ж. Б. Л. Фуко (1819–1868) — французский физик-экспериментатор, иностранный член Российской Академии Наук.

²Сэр Исаак Ньютон (1642–1727) — английский физик, философ и математик; открыл закон всемирного тяготения; сформулировал законы классической механики.

Силы инерции во вращающейся системе отсчета

Силы инерции приходится вводить в любой системе отсчета, движущейся относительно Солнца (точнее говоря, относительно так называемой системы неподвижных звезд) с ускорением. Такие системы называют неинерциальными системами в отличие от инерциальных систем, движущихся относительно Солнца и звезд равномерно и прямолинейно.



Рис. 6.1: В марте 1931 г. в здании Исаакиевского собора, где тогда находился Ленинградский государственный антирелигиозный музей, состоялся первый пуск маятника Фуко.

Земля, строго говоря, не является инерциальной системой отсчета,

так как она вращается вокруг Солнца и вокруг своей оси. Однако ускорениями, связанными с этими движениями, обычно можно пренебречь и пользоваться в системе Земли законами Ньютона. Но вот поворот маятника Фуко как раз объясняется действием особой силы инерции — силы Кориолиса¹. Поговорим о ней подробнее.

Рассмотрим простой пример вращающейся системы отсчета, в которой наглядно проявляются силы инерции. Представьте себе, что человек катается на карусели (обозначим ее угловую скорость вращения через ω , а радиус — r). Обсудим случай, когда он еще и перебирается из одного кресла в другое (см. рис. 6.2), то есть движется в системе карусели по окружности с некоторой скоростью v_0 , например, в сторону вращения.

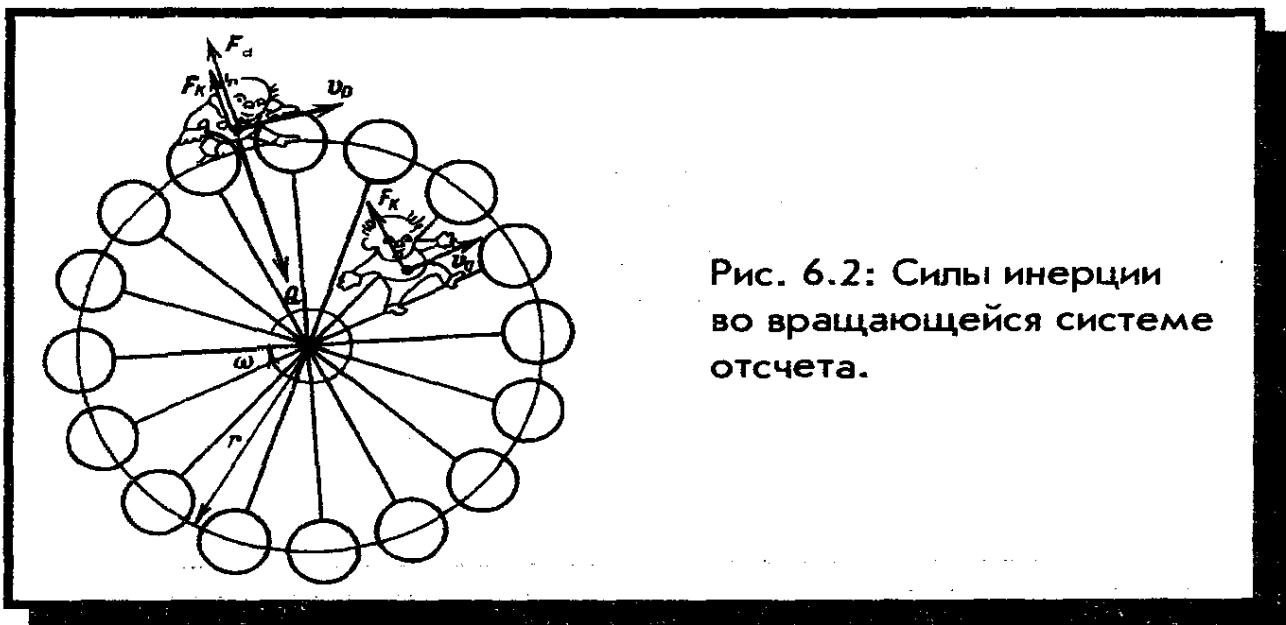


Рис. 6.2: Силы инерции во вращающейся системе отсчета.

⚠ Внимание! Этот чисто мысленный эксперимент строжайше запрещен правилами техники безопасности!

Рассмотрим вначале движение человека в неподвижной системе отсчета. Полная скорость его движения v складывается из линейной скорости карусели ωr и скорости относительного движения v_0 : $v = \omega r + v_0$.

Центростремительное ускорение определяется известной формулой

$$a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{r} = \frac{v_0^2}{r} + \omega r + 2v_0\omega.$$

По второму закону Ньютона $ma_{\text{цс}} = Q$, где Q — горизонтальная составляющая силы реакции, действующей на человека со стороны кресла карусели.

¹Г. Г. Кориолис (1792–1843) — французский физик и инженер.

Теперь рассмотрим это же движение в системе карусели. Там скорость равна v_0 , и центробежное ускорение $a'_{\text{цс}} = v_0^2/r$. Используя предыдущие два равенства, можно записать

$$ma'_{\text{цс}} = \frac{mv_0^2}{r} = Q - m\omega^2 r - 2mv_0\omega$$

Если мы хотим пользоваться законом Ньютона и во вращающейся системе, надо ввести силу инерции $F_{\text{ин}} = -(m\omega^2 r + 2mv_0\omega) = -(F_{\text{цб}} + F_K)$, где знак «минус» указывает, что эта сила направлена от центра вращения. Сила инерции как бы отбрасывает человека от центра, когда он катается на карусели. Однако слова «как бы» стоят здесь не случайно. Никаких новых сил взаимодействия между телами во вращающейся системе отсчета не возникает. На человека по-прежнему действует со стороны кресла та же сила реакции, имеющая ту же горизонтальную составляющую Q , направленную к центру вращения. Но если в неподвижной системе сила Q создавала полное центробежное ускорение $a_{\text{цс}}$, то во вращающейся системе величина ускорения уменьшилась. Поэтому и пришлось ввести силу инерции $F_{\text{ин}}$, частично компенсирующую силу Q .

В нашем случае сила инерции складывается из двух сил, соответствующих двум слагаемым в выражении для $F_{\text{ин}}$. Первое — это центробежная сила инерции $F_{\text{цб}}$. Она тем больше, чем быстрее вращение и чем дальше отстоит тело от центра. Вторая сила называется кориолисовой силой F_K (по имени французского ученого Кориолиса, впервые ее рассчитавшего). Такую силу приходится вводить только тогда, когда тело движется во вращающейся системе. Она не зависит от положения тела, но зависит от скорости его движения и от скорости вращения системы отсчета.

Если тело во вращающейся системе движется не по окружности, а, например, по радиусу (см. рис. 6.2), то оказывается, и в этом случае также необходимо ввести силу Кориолиса. Но направлена она будет не вдоль радиуса, а перпендикулярно ему. И вообще при любом движении во вращающейся системе кориолисова сила направлена перпендикулярно оси вращения и скорости тела. Удивительно, но факт: при движении во вращающейся системе сила инерции не только отбрасывает тело от центра, но и как бы толкает его вбок.

Подчеркнем, что происхождение силы Кориолиса такое же, как и всех сил инерции — эта сила не связана с непосредственным взаимодействием тел¹. Вот наглядный тому пример.

¹ Подчеркнем, что хотя сила инерции и не связана с физическими телами, наблюдатель ощущает ее, как настоящую силу, сходную с силой тяжести. Вспомните центробежную силу в поворачивающем автомобиле. (Прим. ред.)

Представьте себе, что на полюсе установлена пушка, которая стреляет вдоль меридиана (полюс взят для простоты рассуждения). Цель находится на том же меридиане. Может ли снаряд попасть в цель? Если смотреть на стрельбу со стороны (пользоваться инерциальной системой отсчета, связанной с Солнцем), то ситуация ясная: траектория снаряда лежит в начальной меридиональной плоскости, а цель вместе с Землей поворачивается. Поэтому снаряд никогда не попадет в цель (разве что Земля успеет повернуться под ним на целое число суток) А как объяснить то же явление в системе отсчета, связанной с Землей? Как объяснить эффекты, обусловленные «уходом» цели из плоскости полета снаряда? Для этого и приходится вводить кориолисову силу, направленную перпендикулярно скорости тела и оси вращения. Тогда и в системе отсчета, связанной с Землей, становится понятным, почему снаряд выталкивается из меридиональной плоскости и не попадает в цель.

Точно так же объясняется поворот плоскости колебаний и маятника Фуко, о котором мы говорили в начале статьи. В инерциальной системе Солнца плоскость колебаний маятника остается неизменной, а Земля вращается. Поэтому относительно Земли плоскость колебаний поворачивается. (Проще всего опять представить себе, что маятник колеблется на полюсе; тогда плоскость колебаний совершил полный оборот как раз за сутки¹.) А вот в системе отсчета, связанной с Землей, это явление можно объяснить только с помощью силы Кориолиса.

Интересные следствия

Сила Кориолиса, возникающая вследствие вращения Земли, приводит к целому ряду весьма важных эффектов. Но прежде чем говорить о них, обсудим подробнее вопрос о направлении силы Кориолиса. Уже было сказано, что сила Кориолиса всегда перпендикулярна оси вращения и скорости тела. Но при таком определении остаются возможными два направления силы Кориолиса, показанные на рис. 6.4 а. Напомним, что аналогичная ситуация возникает при определении направления силы Лоренца², действующей на движущийся заряд со стороны магнитного поля. Как известно из школьного курса физики, эта сила перпендикулярна скорости заряда и индукции магнитного поля. Однако для того чтобы однозначно определить ее направление, надо воспользоваться правилом левой руки.

¹ Вдали от полюса плоскость колебаний маятника Фуко уходит за сутки на $2\pi \sin \alpha$ радиан, где α — географическая широта места. (Прим. ред.)

² Х. А. Лоренц (1853—1928) — нидерландский физик, создатель классической электронной теории; лауреат Нобелевской премии 1902.

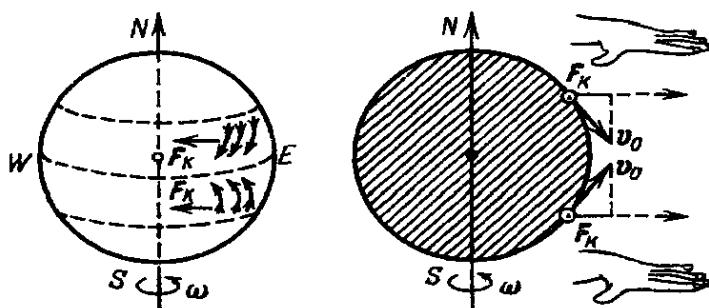


Рис. 6.3: Сила Кориолиса отклоняет пассаты к западу.

Направление кориолисовой силы также можно найти с помощью аналогичного правила. Его иллюстрирует рис. 6.4, б. Прежде всего выберем определенное направление оси вращения: если смотреть на вращающееся тело в этом направлении, вращение должно происходить по часовой стрелке. Теперь расположим левую руку так, чтобы направление вытянутых четырех пальцев совпадало с направлением скорости тела, а направление оси вращения пронизывало бы ладонь. Тогда отогнутый под углом 90° большой палец покажет направление силы Кориолиса.

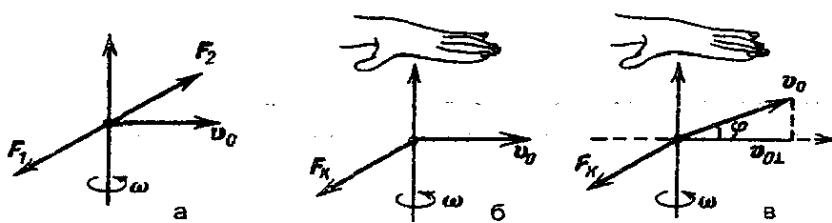


Рис. 6.4: а – Два возможных направления силы Кориолиса. б, в – Направление силы Кориолиса определяется с помощью правила левой руки.

Две возможности определения направления силы Кориолиса или силы Лоренца соответствуют двум типам симметрии, встречающимся в природе; симметрии левого и правого. Каждый раз для того, чтобы указать тип симметрии, приходится обращаться к «эталону» — буравчику, руке и т.п. Конечно, в действительности природе нет никакого дела до вашей левой руки или буравчика. Просто таким образом можно сформулировать правила для нахождения направления силы¹.

¹То, что в данном случае левая рука почему-то оказалась лучше правой связано с тем,

Итак, мы подробно обсудили вопрос о силе Кориолиса для случая, когда скорость тела во вращающейся системе отсчета перпендикулярна оси вращения. При этом величина силы равна $2m\omega v_0$, а направление определяется правилом левой руки. А как быть в общем случае?

Оказывается, если скорость тела v_0 составляет с осью вращения произвольный угол (рис. 6.4, в), то при нахождении силы Кориолиса надо учитывать только проекцию скорости на плоскость, перпендикулярную оси вращения. Тогда величина кориолисовой силы вычисляется по формуле

$$F_K = 2m\omega v_{0\perp} = 2m\omega v_0 \cos \varphi.$$

Направление этой силы определяется тем же правилом левой руки, но четыре вытянутых пальца нужно располагать не вдоль скорости тела, а вдоль перпендикулярной к оси вращения составляющей скорости, как показано на рис. 6.4 в.

Теперь нам все известно про силу Кориолиса: и как найти ее модуль, и как определить направление. Вооружившись этими знаниями, приступим к объяснению ряда интересных эффектов.

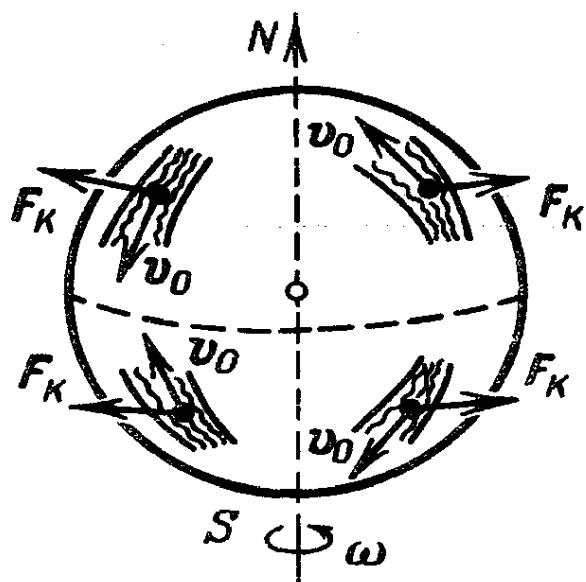


Рис. 6.5: Сила Кориолиса прижимает воду в реке к правому берегу в Северном полушарии и к левому — в южном.

что мы заранее условились о направлении оси вращения. При противоположном выборе пришлось бы пользоваться правилом правой руки, чтобы сохранить прежнее направление силы Кориолиса. (Прим. ред.)

Известно, например, что пассаты — ветры, дующие от тропиков к экватору, — всегда отклоняются к западу. Рис. 6.3 объясняет этот эффект. Сначала убедитесь в том, что это действительно так, для северного полушария, где пассаты дуют с севера на юг. Расположите левую руку так, чтобы ось вращения Земли входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца направьте вдоль перпендикуляра к оси вращения. Вы увидите, что кориолисова сила направлена на вас перпендикулярно чертежу и, следовательно, на запад. В южном полушарии пассаты дуют, наоборот, с юга на север. Но ни направление оси вращения, ни направление перпендикуляра в ней не изменяются: следовательно, не изменяется и направление силы Кориолиса. Таким образом, эта сила в обоих случаях направлена к западу.

Рис. 6.5 иллюстрирует закон Бэра¹: у рек, текущих в северном полушарии, правый берег более крутой и подмытый, чем левый (в южном полушарии — наоборот). В этом случае действие кориолисовой силы приводит к тому, что вода прижимается к правому берегу. Из-за трения у



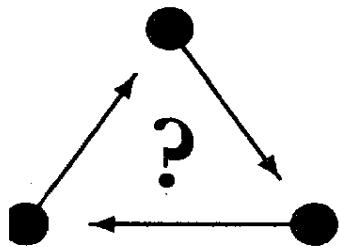
Рис. 6.6: У рек в северном полушарии правый берег более крутой и подмытый, чем левый.

поверхности скорость течения всегда больше, чем у дна; соответственно будет большей и сила Кориолиса. В результате возникает циркуляция воды, показанная стрелками на рис. 6.6, почва у правого берега подмывается, а у левого осаждается. Это явление аналогично размытию берега при повороте реки, о котором рассказывалось в главе 1 «Меандры рек». Чтобы в нем глубже разобраться, попробуйте оценить разность уровней воды на восточном и западном берегах реки Волги.

Кориолисова сила приводит к отклонению падающих тел к востоку. (Объяснить этот эффект попробуйте сами.) В 1833 г. немецкий физик

¹Смотри сноску на стр. 10

Фердинанд Райх провел очень точные эксперименты в Фрейбургской шахте и получил, что при свободном падении тел с высоты 158 м их отклонение в среднем (по 106 опытам) составляет 28,3 мм. Это послужило одним из первых экспериментальных доказательств теории Кориолиса.



Оцените разность уровней воды у правого и левого берегов Волги.

Подумайте, как будет проявляться закон Бэра, если река течет вдоль параллели? Что произойдет, если река пересекает экватор? (Примером такой реки является Конго.)

Глава 7

Лунный тормоз

... В истории Земли бывали, наверное, тысяче-
летия, когда прежние Луны притягивались к ней
совсем близко и носились вокруг Земли с чудо-
вищной скоростью. И, так же как сегодня Луна
тянет за собой приливную волну высотой в метр
или два, тогда она, кружка над Землей, волочи-
ла за собой гору воды и ила высотой с какой-
нибудь огромный хребет...

P. Музиль

Человек без свойств

Причиной происхождения приливов люди с давних пор считали Луну. Луна притягивает воду мирового океана, и в результате в океане образуется водяной «горб». Этот горб стоит на месте напротив Луны, а Земля вращается вокруг своей оси. Наступая на берег, поднявшаяся вода вызывает приливы, а отступая — отливы. Такая теория приливов выглядит довольно естественно, но она приводит к противоречию. Выходит, что приливы должны наблюдаться один раз в сутки, а в действительности они бывают каждые 12 часов.

Первую теорию приливов, объясняющую это явление, создал Ньютона вскоре после открытия закона всемирного тяготения. Для изучения этого вопроса используем понятие сил инерции. Как мы уже обсуждали в предыдущем разделе, в вращающейся системе отсчета можно пользоваться законами Ньютона, если к силам взаимодействия между телами добавить силы инерции.

Земля вращается вокруг своей оси, вокруг Солнца и... вокруг Луны. Хотя об этом вращении обычно забывают, именно оно позволяет

построить правильную теорию приливов. Представьте себе два шарика: тяжелый и легкий, соединенные нитью и находящиеся на горизонтальной гладкой плоскости (рис. 7.1). Такие шарики должны вращаться согла-

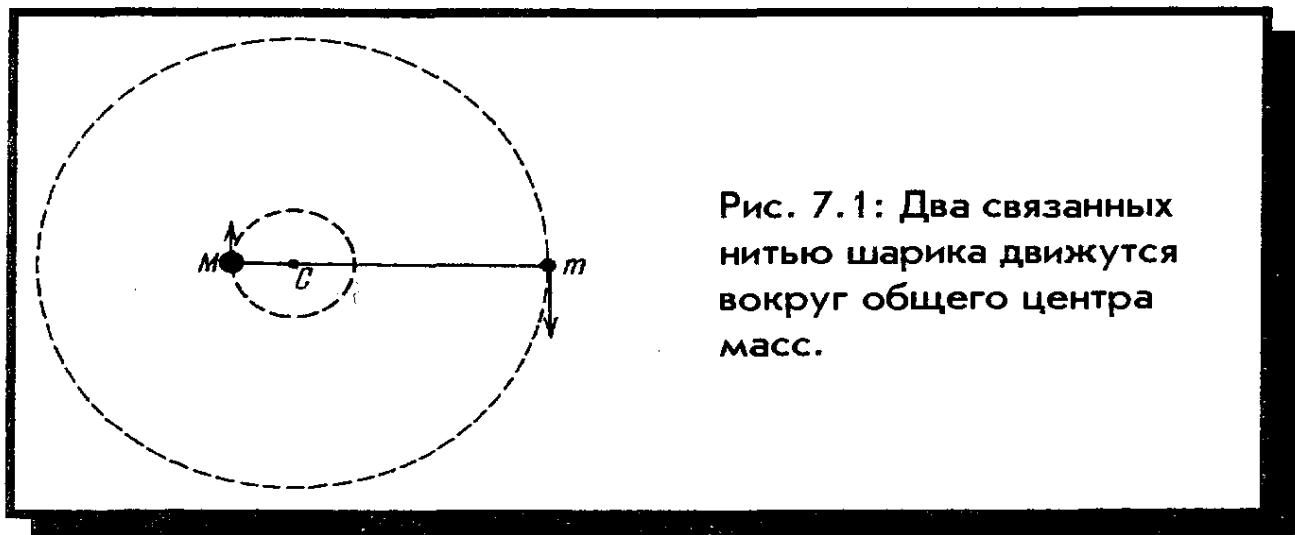


Рис. 7.1: Два связанных нитью шарика движутся вокруг общего центра масс.

сованно — каждый из них движется по окружности своего радиуса, но с общим центром, совпадающим с центром инерции системы. Большой шарик вращается по окружности малого радиуса, но он не неподвижен! Точно так же Земля и Луна, притягиваясь друг к другу по закону всемирного тяготения, вращаются в пространстве вокруг общего центра инерции C (рис. 7.2). Вследствие большой массы Земли этот центр находится

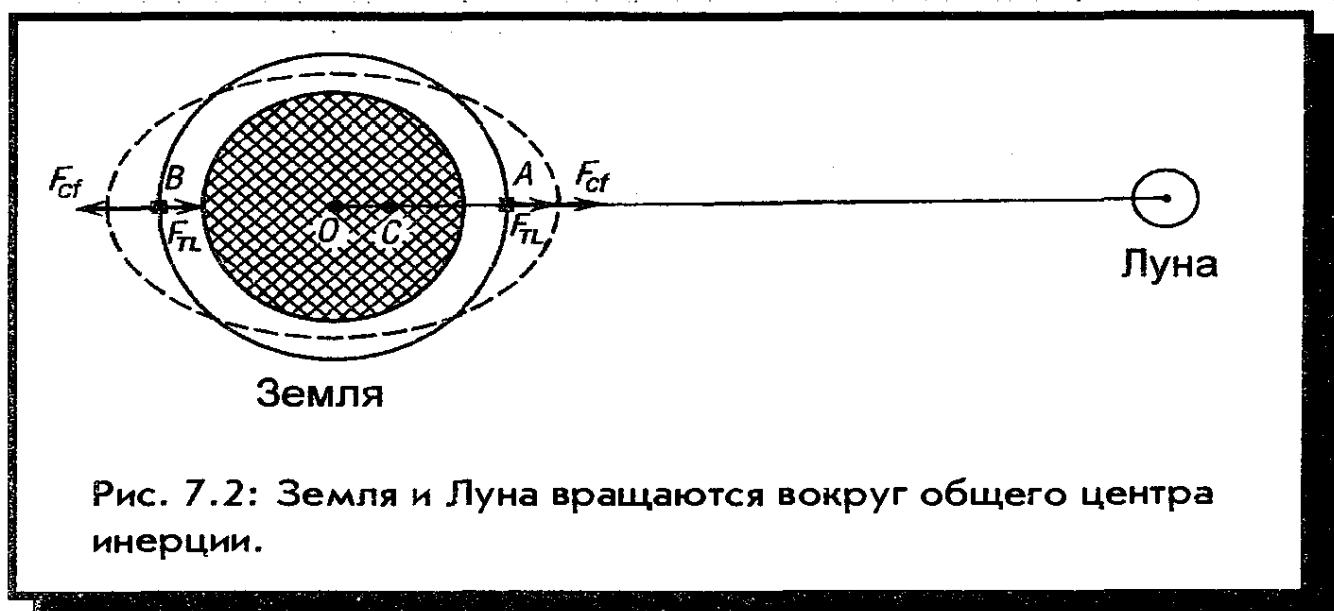


Рис. 7.2: Земля и Луна вращаются вокруг общего центра инерции.

внутри земного шара, но он смещен по отношению к центру Земли O . Угловые скорости ω вращения Земли и Луны вокруг точки C , очевидно, одинаковы.

Перейдем теперь в систему отсчета, вращающуюся с угловой скоростью ω . Тогда в ней Земля и Луна неподвижны относительно друг друга. Но поскольку эта система неинерциальная, то на каждый элемент массы действует не только сила тяготения, но и центробежная сила, которая тем больше, чем дальше отстоит частица от центра вращения.

Для простоты представим себе, что вода однородным слоем покрывает всю поверхность Земли. Может ли она при этом находиться в равновесии? Очевидно, что нет. Луна нарушит такое равновесие, так как появятся дополнительные силы притяжения к Луне и центробежные силы инерции. У поверхности, обращенной к Луне, сила притяжения к Луне и центробежная сила направлены от центра Земли; в результате образуется водяной горб *A* (рис. 7.2). Но и у дальней поверхности воды возникает аналогичная ситуация. Здесь увеличивается сила инерции (возрастает расстояние до центра вращения *C*), а сила притяжения к Луне становится меньшей. Равнодействующая этих сил опять направлена от центра Земли и приводит к образованию еще одного горба *B*. Равновесию соответствует картина, показанная штрихом на рис. 7.2.

Конечно, такое объяснение приливов является весьма упрощенным. Оно не учитывает неравномерности распределения воды по поверхности Земли, влияния сил притяжения к Солнцу и многих других факторов, способных существенно изменить описанную картину. Однако ответ на главный вопрос теория дает. Так как горбы неподвижны, а Земля вращается относительно своей оси, то приливы и отливы должны наблюдаться дважды в сутки.

Ну, а теперь самое время объяснить принцип действия лунного тормоза. Оказывается, что в действительности горбы находятся не на линии, соединяющей центры Земли и Луны (как это для простоты показано на рис. 7.2), а несколько смещены в сторону (рис. 7.3). Происходит это по следующей причине. Земля, вращаясь вокруг своей оси, увлекает вследствие трения за собой воду в океане. Поэтому по мере поворота Земли в приливные горбы должны вовлекаться все новые и новые массы воды. Деформация, однако, всегда запаздывает по отношению к вызывающей ее силе (ведь сила создает ускорение, и должно пройти какое-то время, чтобы частицы приобрели скорость и сместились на некоторое расстояние). Поэтому точка максимального поднятия воды (вершина горба) и точка на линии центров, где на воду действует максимальная сила притяжения к Луне, не совпадают. Образование горба происходит с некоторым запаздыванием, и он смещается в сторону вращения Земли. А в таком случае, как это видно из рис. 7.3, сила притяжения Луны уже не проходит через центр Земли и создает момент, тормо-

зящий ее вращение. Длительность суток каждодневно увеличивается! Впервые это понял замечательный английский физик лорд Кельвин¹.

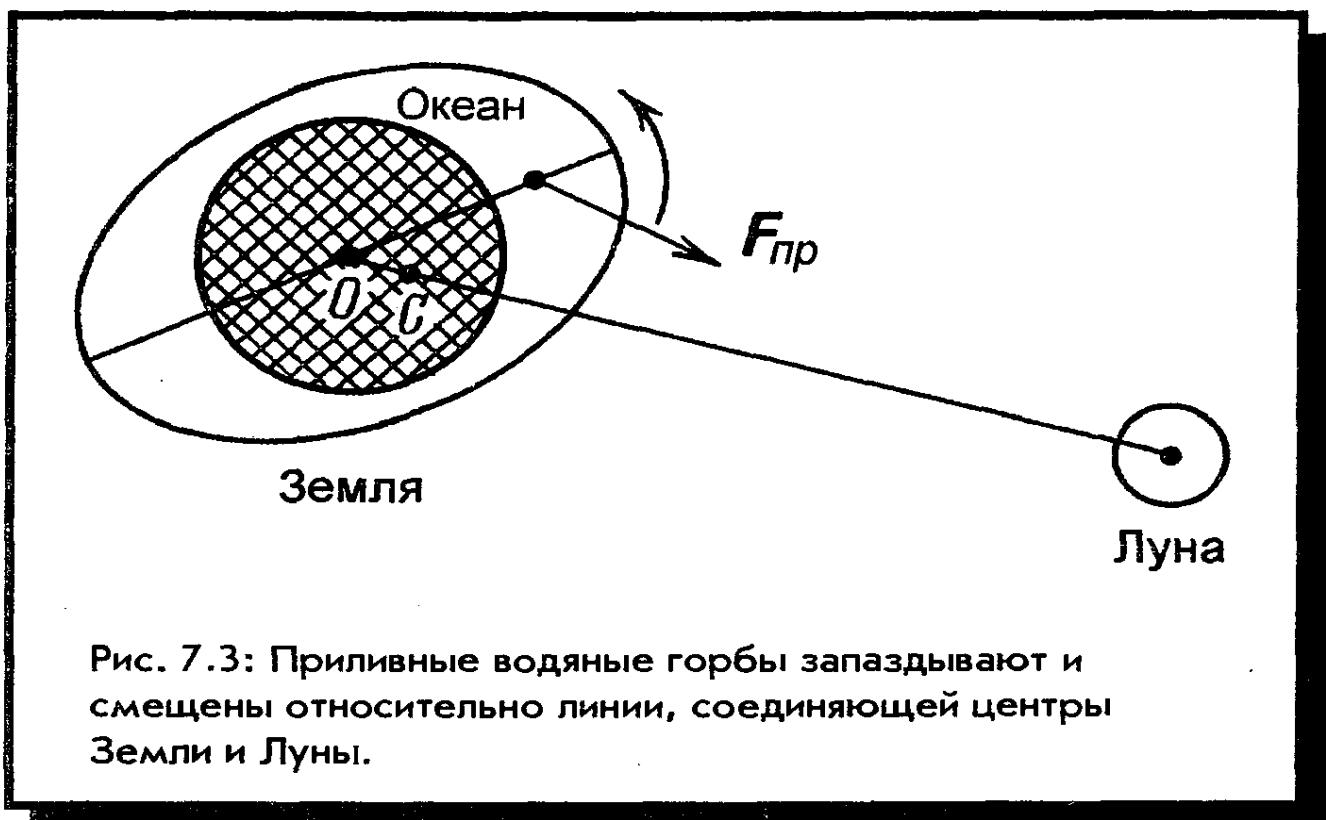


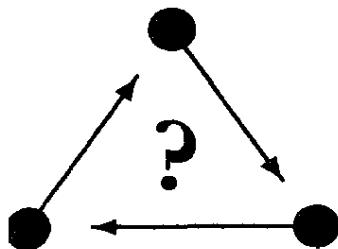
Рис. 7.3: Приливные водяные горбы запаздывают и смещены относительно линии, соединяющей центры Земли и Луны.

«Лунный тормоз» безотказно работает уже многие миллионы лет и способен существенно изменить длительность земных суток. У окаменевших кораллов, живших в океане около 400 миллионов лет назад, ученые обнаружили структуры, названные «суточными» и «годичными» кольцами. Когда «суточные» кольца подсчитали, то оказалось, что на каждый год их приходится 395! Продолжительность года — периода, в течение которого Земля совершает полный оборот вокруг Солнца, — с тех пор, по-видимому, не изменилась. Значит, тогда в сутках было только 22 часа!

Лунный тормоз продолжает работать и сейчас, увеличивая длительность суток. В конце концов, время обращения Земли вокруг своей оси сравняется со временем обращения Луны вокруг Земли, и тогда торможение прекратится. Земля будет обращена к Луне всегда одной стороной, точно так же, как обращена к нам одной стороной Луна (попробуйте сами объяснить, почему это произошло). Длительность суток на Земле увеличится и в результате может измениться климат. Земля будет долго оставаться обращенной к Солнцу одной стороной, а на другой стороне в

¹У. Томсон (1824-1907), с 1892 г. — 1-й Барон Кельвин; английский физик и математик, один из основоположников термодинамики, председатель Лондонского Королевского Общества.

это время будет долгая ночь. Горячий воздух с нагретой стороны с огромной скоростью устремится к холодной, на Земле задуют сильные ветры, поднимутся песчаные бури... Но произойдет это очень не скоро, и люди обязательно придумают, как предотвратить такое бедствие.

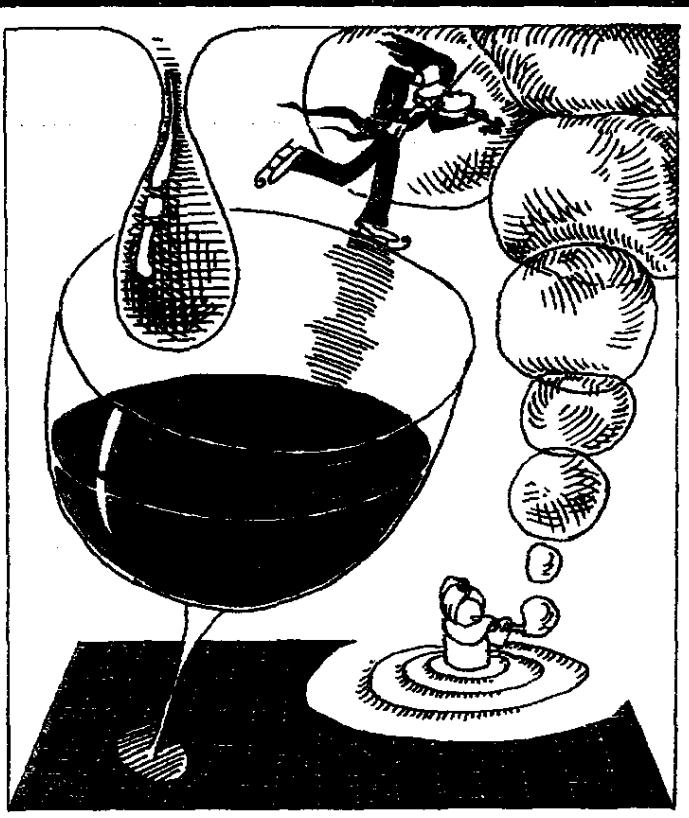


Как влияет эффект «лунного тормоза» на продолжительность лунного месяца, то есть на период обращения Луны вокруг Земли?

Часть II

Простая физика сложных явлений

Мы настолько привыкли к окружающему миру, что часто не задумываемся над причинами многих явлений, они не кажутся нам удивительными. А при внимательном наблюдении можно найти множество поводов для размышлений. «Бросая в воду камешки, смотри на круги, ими образуемые; иначе такое бросание будет пустой забавою», — писал Козьма Прутков. Самые необычные явления окружающего нас мира объясняет обыкновенная физика.



Глава 8

Почему звучит скрипка

...А скрипка цвета не имела,
Она имела только звук.

Н. Панченко
Стихи о скрипке

При движении тела в какой-либо среде возникают силы сопротивления движению, стремящиеся замедлить его. Механическому движению одного твердого тела по поверхности другого препятствуют силы сухого трения; в жидкости или газе появляются вязкое трение и аэродинамическое сопротивление и т. п.

Взаимодействие тела со средой — довольно сложный процесс, приводящий обычно к тому, что энергия тела со временем переходит в тепло. Однако сопротивление среды может играть и обратную роль — увеличивать энергию тела. При этом, как правило, возникают колебания. Например, сила сухого трения между передвигаемым шкафом и полом тормозит его движение, и эта же сила, действующая между смычком и струной, вызывает колебания струны. Как вы увидите дальше, причиной возникновения колебаний является падающая зависимость силы трения от скорости движения. Колебания возникают тогда, когда сила трения уменьшается при увеличении скорости.

Рассмотрим процесс возникновения механических колебаний на примере скрипки. Звучание скрипки вызывается движением смычка. Невозможно, конечно, объяснить здесь все сложные явления, связанные с особенностями звучания скрипки. Однако попробуем в принципе разобраться, почему возникают колебания скрипичной струны, когда по ней равномерно ведут смычком.

Силы трения между смычком и струной — это силы сухого трения. Можно говорить о силах трения покоя и трения скольжения. Первая сила возникает между соприкасающимися, но неподвижными друг относительно друга телами, вторая — при скольжении одного тела по поверхности другого.

Сила трения покоя, как известно, может принимать любые значения (в зависимости от внешней силы) от нуля до максимального $F_{mp}^{(0)}$, при этом она всегда равна по величине и противоположна по направлению внешней силе.

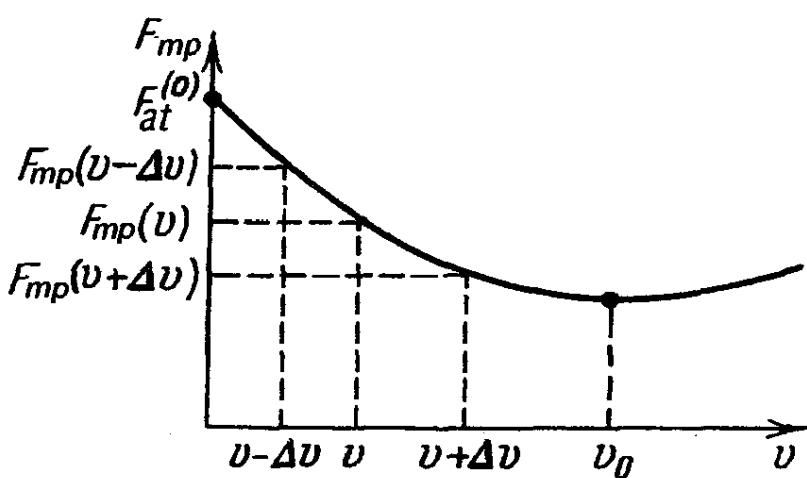


Рис. 8.1: Типичный вид зависимости силы сухого трения от относительной скорости.

Сила трения скольжения зависит от материала тел и от состояния трущихся поверхностей, а также от относительной скорости этих тел. О последней мы будем говорить более подробно. Характер зависимости силы трения скольжения от скорости для различных тел различен; нередко при увеличении скорости скольжения вначале происходит уменьшение силы трения скольжения, а затем она начинает возрастать. График зависимости абсолютной величины силы сухого трения от скорости в этом случае показан на рис. 8.1. Силы трения между скрипичным смычком и струной как раз и имеют такой характер. Вертикальный участок при $v = 0$ соответствует силам трения покоя. Если относительная скорость струны и смычки v соответствует падающему участку $0 < v < v_0$, то увеличению относительной скорости на некоторую малую величину Δv соответствует уменьшение силы трения, и наоборот, при уменьшении скорости соответствующее изменение силы трения положительно (см. рис. 8.1). Как вы

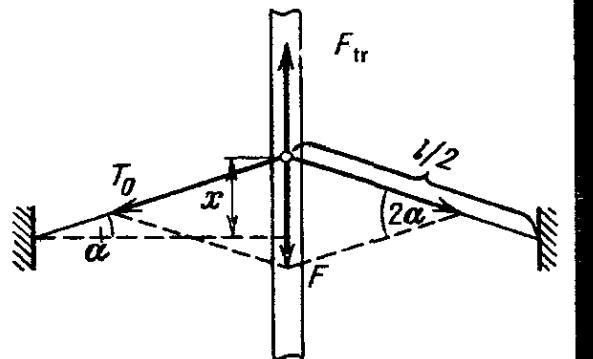
сейчас увидите, именно благодаря этой особенности может увеличиваться энергия струны за счет работы сил сухого трения.

При начальном движении смычка струна отклоняется вместе с ним. При этом сила трения покоя уравновешивается силами натяжения струны (рис. 8.2). Равнодействующая F сил натяжения пропорциональна отклонению струны x от положения равновесия:

$$F = -2T_0 \sin \alpha \approx -\frac{4T_0}{l}x,$$

где l — длина струны, а T_0 — сила натяжения струны, которую при малых отклонениях можно считать постоянной. Поэтому при движении струны вместе со смычком сила F будет расти, и в тот момент, когда она станет равной максимальной силе трения покоя $F_{tr}^{(0)}$, начнется проскальзывание.

Рис. 8.2: Когда струна, не проскальзывая, следует за смычком, сила трения покоя уравновешивает результирующую силу натяжения.



Будем пока для простоты считать, что в момент начала скольжения изменение силы трения происходит скачком: она уменьшается от максимального значения силы трения покоя до небольшой силы трения скольжения. Иными словами, после начала скольжения движение струны можно считать почти свободным.

В момент срыва скорость струны равнялась скорости смычка, и вначале струна будет продолжать отклоняться в сторону движения смычка. Но теперь равнодействующая сила натяжения ничем не скомпенсирована, поэтому она будет тормозить движение струны, замедляя его. В какой-то момент скорость струны упадет до нуля, затем струна начнет двигаться обратно; после максимального отклонения от положения равновесия в противоположную начальной сторону струна опять будет двигаться в сторону движения смычка. А смычок продолжает двигаться равномерно со скоростью u . В некоторый момент скорости струны и смычка сравняются. При этом между струной и смычком проскальзывания уже нет, и

появляется сила трения покоя, равная по величине векторной сумме сил натяжения.

При дальнейшем движении струны до положения равновесия равнодействующая сил натяжения уменьшается, и соответственно уменьшается сила трения покоя. После прохождения струной положения равновесия процесс повторяется.

Соответствующий график зависимости отклонения струны от времени показан на рис. 8.3, а. Движение струны периодическое, причем в каждом периоде имеются два разных участка. Например, на участке $0 < t < t_1$ струна движется со смычком с постоянной скоростью u , так что отклонение линейно зависит от времени ($\tan \alpha = u$). В момент t_1 происходит срыв, и при $t_1 < t < t_2$ изменение x со временем происходит по синусоидальному закону. В момент t_2 , когда касательная к синусоиде имеет тот же наклон, что и начальный прямолинейный участок (условие равенства скоростей), струна вновь захватывается смычком.

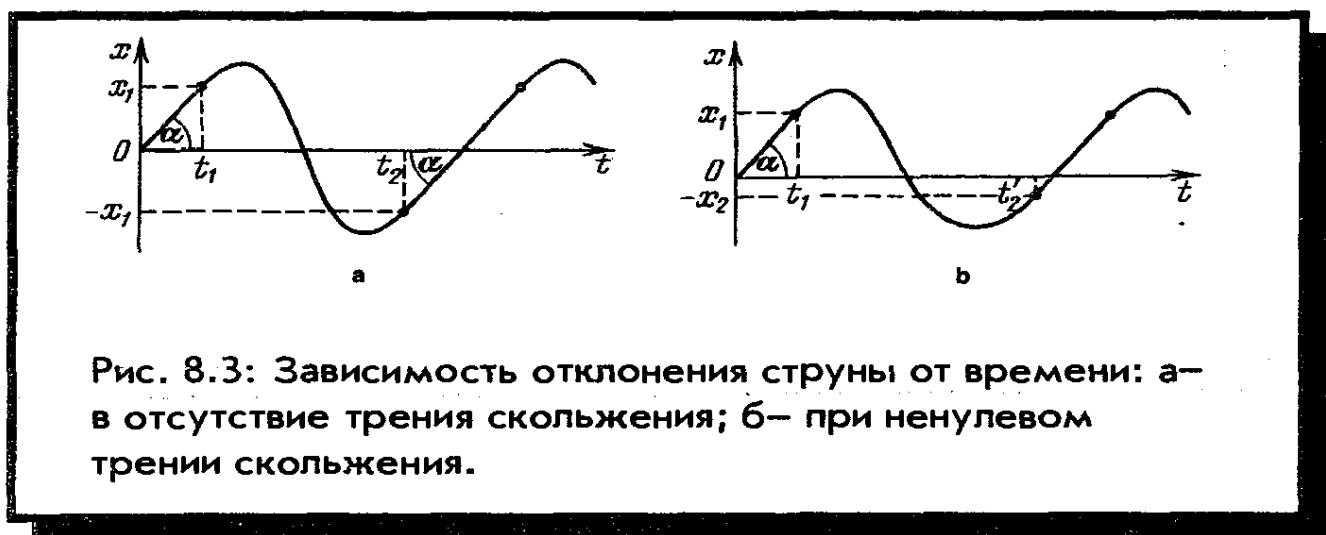


Рис. 8.3: Зависимость отклонения струны от времени: а— в отсутствие трения скольжения; б— при ненулевом трении скольжения.

Рис. 8.3, а соответствует идеальному случаю, когда сила трения скольжения отсутствует, и поэтому нет потерь энергии при свободном ходе струны. Полная работа силы трения покоя на линейных участках за период при этом также равна нулю, так как при отрицательных x совершается отрицательная работа (сила трения направлена против движения), а при $x > 0$ совершается такая же по величине, но положительная работа.

Что же происходит в случае, когда сила трения скольжения отлична от нуля? Трение скольжения приводит к потерям энергии. Движение струны при проскальзывании теперь описывается графиком, показанным на рис. 8.3, б. При отрицательных отклонениях эта кривая более пологая, чем при положительных. Поэтому зацепление струны смычком происходит при меньшем по величине отрицательном отклонении $-x_2$, чем положи-

тельное отклонение x_1 , соответствующее срыву. В результате сила трения покоя во время сцепления струны со смычком совершают за период положительную работу

$$A = \frac{k(x_1^2 - x_2^2)}{2}$$

где $k = 4T_0/l$ — коэффициент пропорциональности между величиной силы трения покоя и отклонением струны.

Эта работа как раз и компенсирует потери энергии за счет сил трения скольжения. Колебания струны являются незатухающими.

Вообще говоря, для пополнения энергии струны за счет сил трения не обязательно, чтобы происходило сцепление струны со смычком. Достаточно, чтобы относительная скорость смычка и струны при колебаниях струны находилась в пределах падающего участка зависимости силы трения скольжения от скорости. Рассмотрим более подробно явление возбуждения колебаний струны в этом случае.

Пусть смычок опять движется с некоторой постоянной скоростью u , а струна отклонена от положения равновесия на x_0 так, чтобы равнодействующая $F(x_0)$ сил упругости уравновешивала силу трения скольжения $F_{\text{тр}}(u)$. Если струна случайно отклонится в сторону движения смычка, то относительная скорость уменьшится. В результате сила трения возрастает (относительная скорость соответствует падающему участку!), и струна отклонится еще больше. При дальнейшем отклонении упругая сила в какой-то момент обязательно превысит силу трения (упругая сила пропорциональна величине отклонения, а сила трения скольжения не может превзойти максимального значения силы трения покоя), и струна начнет двигаться в обратную сторону. Она пройдет положение равновесия, снова отклонится, остановится и т. д. Таким образом возбуждаются колебания струны.

Важно, что эти колебания будут незатухающими. В самом деле, при движении струны со скоростью Δv в сторону смычка сила трения совершает положительную работу, а при обратном движении — отрицательную. Но относительная скорость $v_1 = u - \Delta v$ в первом случае меньше, чем скорость $v_2 = u + \Delta v$ во втором случае, а следовательно, сила трения $F_{\text{тр}}(u - \Delta v)$, наоборот, больше, чем $F_{\text{тр}}(u + \Delta v)$. Таким образом, положительная работа сил трения при движении струны в сторону смычка больше, чем отрицательная работа при ее возвратном движении, и в целом силы трения совершают положительную работу. Амплитуда колебаний будет увеличиваться. Однако лишь до определенного предела. При относительной скорости $v > v_0$ (см. рис. 8.1) движение выходит за пределы

падающего участка, и тогда отрицательная работа силы трения уже может стать больше, чем положительная. Энергия, а значит и амплитуда колебаний будут уменьшаться.

В результате установится такая амплитуда колебаний, при которой полная работа сил трения равна нулю (говоря точнее, эта работа компенсирует потери энергии вследствие сопротивления воздуха, неупругого характера деформаций и т. п.). С этой постоянной амплитудой и будут происходить незатухающие колебания струны.

Возбуждение звуковых колебаний при движении одного твердого тела по поверхности другого происходит очень часто. Сухое трение в дверной петле может вызвать скрип двери. Скрипят половицы, обувь. Скрип можно произвести просто пальцем, проведя им по какой-нибудь гладкой поверхности. Явления, происходящие при этом, во многом аналогичны возбуждению колебаний скрипичной струны. Вначале проскальзывания нет, и возникает упругая деформация. Затем происходит срыв, и возбуждаются колебания тела. Колебания не затухают, так как благодаря падающей характеристике сил сухого трения поставляется необходимая энергия за счет работы этих сил¹.

При изменении характера зависимости сил трения от скорости скрип исчезает. Известно, например, что для этого достаточно смазать трещущиеся поверхности. Сила жидкого трения (при малых скоростях) пропорциональна скорости, и условий, необходимых для возбуждения колебаний, нет. Наоборот, когда хотят возбудить колебания, поверхности обрабатывают специальным образом, чтобы добиться более резкого уменьшения сил трения при увеличении скорости. Смычок скрипки, например, для этого натирают канифолью.

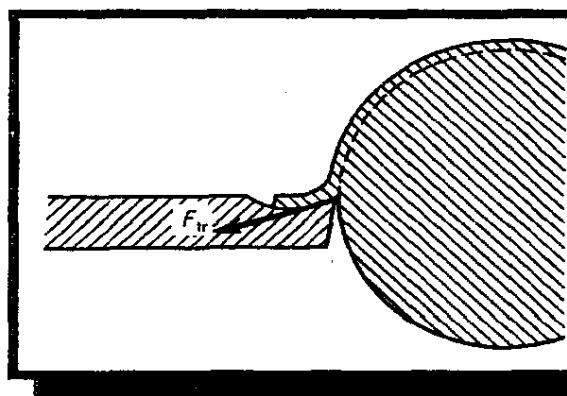
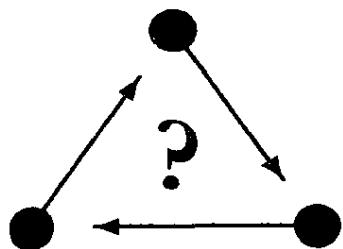


Рис. 8.4: Вибрации резца токарного станка могут быть устраниены правильным выбором угла заточки.

Знание законов трения помогает решать важные практические задачи. При обработке металла на токарном станке иногда возникает вибрация

¹ В главе 9 «Поющие и безмолвствующие бокалы» вы найдете более изысканный пример источника звука такого рода. (Прим. ред.)

резца. Эти колебания вызываются силами сухого трения между резцом и металлической стружкой, скользящей по его поверхности при обточке металла (рис. 8.4). Зависимость силы трения от скорости стружек (скорости обработки) для ряда высококачественных сталей оказывается падающей. Этим, как мы уже знаем, можно объяснить колебания резца. Для борьбы с вибрацией используется, например, специальная заточка резца, при которой нет скольжения стружки. Тем самым устраняется причина возникновения колебаний.



Опишите качественно (а, если сможете, выведите формулы) движения струны под действием постоянной по величине силы трения.

Глава 9

Поющие и безмолвствующие бокалы

Карета была подобна открытой раковине из сверкающего хрусталя, два больших колеса, казалось, были сделаны из того же вещества. Когда они вращались, возникали дивные звуки... Полные, все усиливающиеся и приближающиеся аккорды были подобны звукам стеклянной гармоники, но только неслыханной величины и силы...

Э. Т. А. Гофман

Крошка Цахес, по прозванию Циннобер

То, что из стеклянных бокалов можно извлекать звуки, не ново. Однако оказывается, что музыкальные звуки из них можно извлекать весьма своеобразным способом. Впрочем, судите сами.

Если обмакнуть палец в воду и аккуратно водить им по краю бокала, постоянно смачивая водой, то сначала бокал будет издавать скрипящий звук, но затем, когда края хорошо оботрутся, звуки станут мелодичнее. Меняя силу нажима пальца, можно менять и тон извлекаемого звука. Кроме того, высота тона зависит еще и от размеров бокала, толщины его стенок и количества жидкости в нем¹.

Заметим, что не любой бокал способен издавать приятные поющие звуки, поэтому поиск подходящего бокала может оказаться долгим и хлопотливым. Лучше всего поют (а не скрипят) очень тонкие бокалы, имеющие форму параболоида вращения, на длинной и тонкой ножке. Тон звучания можно менять, подливая в бокал воду: чем больше в бокале будет воды, тем ниже он звучит. Когда уровень воды поднимется до середины бокала,

¹Здесь используется тот же механизм возбуждения звука, что и в смычковых инструментах, см. главу 8 «Почему звучит скрипка». (Прим. ред.)

на ее поверхности появятся волны, возникающие из-за сотрясения стенок бокала. Сильнее всего волнение будет в том месте, где в данный момент находится палец, извлекающий из бокала звук.

На основе описанного явления знаменитый американский ученый Бенджамен Франклин¹ (открывший, в частности, атмосферное электричество) создал весьма оригинальный музыкальный инструмент, напоминающий описанный Гофманом в сказке «Крошка Цахес, по прозванию Циннобер». Целый ряд хорошо отшлифованных стеклянных чашек, просверленных в середине, на одинаковых расстояниях друг от друга прикреплялись к одной общей оси. Под ящиком, в котором находилась эта система, была сделана педаль (как у швейной машины), приводящая ось во вращение. От простого прикосновения мокрых пальцев исполнителя к вращающимся чашкам звуки усиливались до фортиссимо или падали до шепота.

Сейчас трудно представить себе этот удивительный музыкальный инструмент, но люди, слышавшие его, уверяли, будто бы гармония его звуков потрясающим образом действовала как на самого исполнителя, так и на слушателей. В 1763 г. свой экземпляр этого инструмента Франклин подарил англичанке мисс Дэвис. В течение нескольких лет она демонстрировала его во многих странах Европы, а затем этот удивительный инструмент бесследно исчез. Возможно, что воспоминания о нем впоследствии дошли до Эрнста Теодора Амадея Гофмана, и он использовал этот образ в «Крошке Цахесе».

Коль скоро речь зашла о бокалах, то стоит упомянуть и тот интересный факт, что чокаться бокалами с шампанским не принято. Видимо, в основе этой традиции лежит такое чисто физическое обстоятельство, что звук при соударении даже хрустальных бокалов, заполненных шампанским (или минеральной водой), оказывается глухим. В чем же тут дело? Почему бокалы с шампанским не звенят?

Мелодичность, «хрустальную» окраску звону придают возбуждаемые в резонаторе, которым является бокал с физической точки зрения, высокочастотные звуковые ($\nu \sim 10 - 20$ кГц) и даже ультразвуковые ($\nu > 20$ кГц) колебания. При соударении пустых бокалов или бокалов, заполненных негазированными напитками, эти колебания возбуждаются и звучат довольно долго. Поэтому в качестве причины отсутствия звона при соударении бокалов с шампанским сразу же напрашиваются пузырьки углекислого газа, обильно выделяющиеся в нем после вскрытия бутылки. Может быть, они приводят к сильному рассеянию коротковолновых звуковых колебаний в бокале, подобно тому как флуктуации плотности молекул в атмосфере сильно рассеивают лучи ко-

¹Б. Франклин (1709–1790) — американский политический деятель, писатель и ученый.

ротковолновой части спектра солнечного света (см. главу 4 «В голубом просторе»)?

Даже для звуков с частотами, находящимися на верхней границе слышимости человеческого уха ($\nu \sim 20$ кГц), длина волны в воде составляет $\lambda = c/\nu \sim 10$ см ($c = 1450$ м/с — скорость звука в воде), что заведомо намного превышает размеры пузырьков углекислого газа в шампанском ($r_0 \sim 1$ мм), поэтому рассеяние звуковых волн по релеевскому типу на них, казалось бы, вполне возможно. Однако давайте вдумаемся, что означает полученная нами оценка для λ_{min} . Для простоты забудем о сложной форме реального бокала и рассмотрим его в виде прямоугольного ящика. Пусть в нем имеется плоская звуковая волна, представляющая собой волну сжатия и разрежения. Избыточное давление в среде при распространении плоской волны можно записать в виде

$$P_{изб}(x, t) = P_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t\right), \quad (9.1)$$

где P_0 — амплитуда колебаний давления, ω — частота звука, λ — длина соответствующей звуковой волны, x — координата рассматриваемой точки вдоль направления распространения волны. Поскольку даже λ_{min} превышает размеры бокала, то для излучаемых им звуковых волн функция $P_{изб}(x, t)$ (о которой говорят как о поле давления) в заданный момент времени в пределах объема бокала меняется слабо, то есть первое слагаемое в аргументе косинуса в (9.1) оказывается несущественным (так как $x \ll \lambda$). Главную роль в изменении избыточного давления внутри бокала, таким образом, играет второе слагаемое в аргументе косинуса, которое указывает на тот факт, что внутри бокала устанавливается практически однородное (в меру малости $x \ll \lambda$), но быстро меняющееся со временем поле избыточного давления:

$$P_{изб}(t) = P_0 \cos \omega t \quad (9.2)$$

Подчеркнем отличие этого поля давления от обычной стоячей волны в жестком резонаторе длины l . Там условие резонанса имело бы вид $l = \frac{n\lambda}{2}$, где $n = 1, 2, \dots$. Такая стоячая волна не может образоваться в бокале из-за малости его размера по сравнению с длинами возбуждаемых звуковых волн. Однако стенки реального бокала не являются абсолютно жесткими и колеблются вместе с его содержимым. Вибрация передается от стенок окружающему воздуху, и мы слышим звук¹.

¹Прозрачный звон пустых бокалов указывает на то, что жидкость, как правило, поет не соло, а в дуэте с обрамляющим ее хрусталем. (Прим. ред.)

Итак, полное давление в жидкости внутри бокала определяется суммой $P_{изб}(t)$ и атмосферного давления:

$$P(t) = P_{атм} + P_0 \cos \omega t.$$

Нам осталось сделать всего один шаг на пути к пониманию причин быстрого затухания звука в бокалах с шампанским. Дело, оказывается, в том, что насыщенная газом жидкость является «нелинейной акустической средой». За этими «научными словами» скрывается следующее. Растворимость газа в жидкости зависит от давления — чем больше давление, тем больше газа «вмещает в себе» единица объема жидкости. Но, как мы уже убедились, при излучении бокалами звука внутри него возникает переменное поле давления. В моменты, когда давление в жидкости падает ниже атмосферного, в ней происходит усиленное выделение пузырьков. Конечно же, выделение газа изменяет найденный нами простой гармонический закон изменения давления в жидкости со временем; и именно в этом смысле о такой жидкости, насыщенной газом, следует говорить как о нелинейной акустической среде.

На выделение газа расходуется энергия колебаний и они быстро затухают. При соударении бокалов в них первоначально возбуждаются колебания различных частот, однако благодаря описанному механизму высокочастотные колебания затухают гораздо быстрее, чем низкочастотные (подумайте, почему?), и в результате мы слышим лишь глухой, лишенный своей высокочастотной «хрустальной» окраски звук¹.

Однако пузырьки в жидкости могут не только гасить звуковые волны, но и наоборот, в определенных условиях их излучать. Так, недавно было обнаружено, что под воздействием интенсивного лазерного излучения мелкие пузырьки воздуха, находящиеся в воде, начинают генерировать звуковые волны. Этот эффект обусловлен «ударом» лазерного луча о поверхность пузырька, от которой, вследствие явления полного внутреннего отражения, он может отражаться. В результате этого «удара» пузырек некоторое время вибрирует (до затухания колебаний), возбуждая в окружающей его среде звуковые волны. Оценим их частоту.

Существует целый ряд важных явлений, которые, несмотря на свою кажущуюся несходство, описываются одним и тем же уравнением — уравнением гармонического осциллятора. Это различного рода колебательные процессы — колебания грузика на пружинке, атомов в молекулах и кристаллах, заряда на пластинах конденсатора в *LC*-контуре и многое другое. Все эти явления объединяет наличие линейно зависящей от смещения воз-

¹ Есть ли что-нибудь более ужасное для фанатов Hi-Fi, чем пресловутые «нелинейные искажения»? (Прим. ред.)

вращающей силы, которая всегда стремится вернуть систему в положение равновесия после ее вывода из этого положения каким-либо внешним воздействием. Такой колебательной системой является и воздушный пузырек в жидкости. Собственную частоту его колебаний можно оценить по известной формуле для частоты колебаний грузика на пружинке, соправив, что будет играть роль коэффициента жесткости этой пружины в рассматриваемом случае¹.

Первым кандидатом на роль коэффициента жесткости представляется коэффициент поверхностного натяжения жидкости σ — он имеет ту же размерность (Н/м). Вместо массы грузика в формулу для собственной частоты колебаний, естественно, следует подставить массу жидкости, вовлеченную в колебания пузырька. Понятно, что эта величина оказывается порядка объема пузырька, умноженного на плотность воды: $m \sim \rho r_0^3$. Таким образом, собственная частота колебаний воздушного пузырька в воде определится формулой²

$$\nu_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} \sim \frac{\sigma^{1/2}}{\rho^{1/2} r_0^{3/2}}.$$

Но это не единственное возможное решение. У нас остался никак не задействованным еще один важный параметр — давление воздуха в пузырьке P_0 . Если его умножить на радиус пузырька, то мы также получим величину, имеющую размерность коэффициента жесткости. Подставляя эту новую жесткость в формулу для собственной частоты колебаний, получим совсем другую частоту

$$\nu_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m}} \sim \frac{P_0^{1/2}}{\rho^{1/2} r_0}.$$

Какая же из двух найденных частот истинна? Обе. Они просто соответствуют различным типам колебаний воздушного пузырька. Первый — это колебания, которые совершают пузырек после его первоначального сплющивания (скажем, в результате удара лазерным лучом). В процессе таких колебаний меняется его форма, а с ней и площадь поверхности, но остается неизменным объем пузырька. В этом случае возвращающая сила

¹ Коэффициент жесткости пружины k характеризует линейную зависимость возвращающей силы F от смещения от положения равновесия x :

$$F = -k x.$$

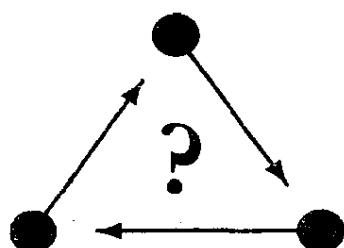
² О колебаниях воздушных пузырьков в воде можно прочитать также в книге: Гегузин Я. Е. Пузыри. — М.: Наука, 1985. — Библиотечка «Квант», вып. 46.

определяется действительно коэффициентом поверхностного натяжения¹. Однако возможен и другой тип колебаний. Так, если воздушный пузырек в жидкости равномерно сжать со всех сторон, а потом отпустить, то колебаться он будет уже за счет сил давления. Таким — радиальным — колебаниям и соответствует вторая из найденных нами частот.

В рассматриваемом нами случае возбуждения колебаний лазерным лучом внешнее воздействие несимметрично, и, по-видимому, тип колебаний пузырьков будет скорее близок к первому из рассмотренных. Если знать размеры пузырьков, то о типе возбуждаемых колебаний можно судить по частоте генерируемого ими звука. В обсуждаемых опытах эта частота составляла $3 \cdot 10^4$ Гц, размеры же мельчайших воздушных пузырьков в воде нам точно не известны. Ясно только, что они порядка долей миллиметра. Подставляя в соответствующие формулы $\nu_0 = 3 \cdot 10^4$ Гц, $\sigma = 0,07$ Н/м, $P_0 = 10^5$ Па, $\rho = 10^3$ кг/м³, находим, что характерные размеры пузырьков, генерирующих звук в процессе колебаний первого или второго типов, есть

$$r_1 \sim \frac{\sigma^{1/3}}{\rho^{1/3} \nu_0^{2/3}} = 0,05 \text{ мм}, \quad r_2 \sim \frac{P_0^{1/2}}{\rho^{1/2} \nu_0} = 0,3 \text{ мм}.$$

Как видите, эти размеры различаются не очень сильно, и определить по ним тип колебаний, реализуемый в действительности в условиях обсуждаемого эксперимента, не представляется возможным. Однако найденные размеры пузырьков оказались именно такими, какими они представлялись нам из повседневного опыта.



Как по-вашему, почему в бокале шампанского обертоны (колебания высших частот) затухают быстрее, чем более низкий основной тон?

¹Нужно отметить, что колебания, в процессе которых объем пузырька остается неизменным, возможны самых различных типов — от обычного периодического сплющивания пузырька попеременно в различных направлениях вплоть до его превращения чуть ли не в бублики. Частоты их при этом могут отличаться лишь численно, по порядку величины оставаясь равными $\nu_1 = \frac{\sigma^{1/2}}{\rho^{1/2} r_0^{3/2}}$

Глава 10

Пузырь и капля

Пуская из тростинки пузыри
И видя, как взлетающая пена
Вдруг расцветает пламенем зари,
Малыш на них глядит самозабвенно.
Старик, студент, малыш — любой творит
Из пены майи¹ дивные виденья,
По существу лишенные значенья.
Но через них нам вечный путь открыт,
А он, открывшись, радостней горит.

Герман Гессе

Игра в бисер

Удивительно разнообразны проявления поверхностного натяжения жидкости в природе и технике. Оно собирает воду в капли, благодаря ему мы можем выдувать мыльный пузырь и писать ручкой. Поверхностное натяжение играет важную роль в физиологии нашего организма. Его используют и в космической технике. Почему же поверхность жидкости ведет себя подобно растянутой упругой пленке?

Молекулы, расположенные в тонком слое жидкости вблизи поверхности, находятся в особых условиях. Они имеют одинаковых с ними соседей только с одной стороны поверхности, в отличие от молекул внутри жидкости, окруженных всех сторон такими же молекулами. Поскольку взаимодействие молекул на не слишком малых расстояниях носит характер притяжения, то потенциальная энергия каждой из молекул отрицательна. По абсолютной же величине, в первом приближении, ее можно считать

¹ Майя — понятие древней и средневековой индийской философии, обозначающей иллюзорность всего воспринимаемого мира.

пропорциональной числу ближайших соседей. Поэтому ясно, что у молекул, находящихся в поверхностном слое (число соседей для которых меньше, чем в объеме), потенциальная энергия выше, чем у молекул внутри жидкости. Еще одним фактором увеличения потенциальной энергии молекул в поверхностном слое является то, что по мере приближения к поверхности из глубины жидкости концентрация молекул падает.

Разумеется, молекулы жидкости находятся в непрерывном тепловом движении — одни молекулы уходят с поверхности, другие, наоборот, попадают на нее. Но можно говорить о средней добавочной потенциальной энергии поверхностного слоя жидкости.

Приведенные соображения показывают, что, для того чтобы извлечь молекулу на поверхность, сторонним силам необходимо совершить некоторую положительную работу. Избыток потенциальной энергии молекул, находящихся на участке поверхности единичной площади, по сравнению с потенциальной энергией, которой обладали бы эти же молекулы в толще жидкости, называется коэффициентом поверхностного натяжения σ и является численной характеристикой этой работы.

Известно, что из всех возможных состояний системы устойчивым является то, в котором ее энергия минимальна. В частности, поверхность жидкости стремится принять такую форму, при которой ее поверхностная энергия в заданных условиях будет минимальна. Именно поэтому жидкость и обладает поверхностным натяжением, стремящимся сократить, уменьшить ее поверхность.

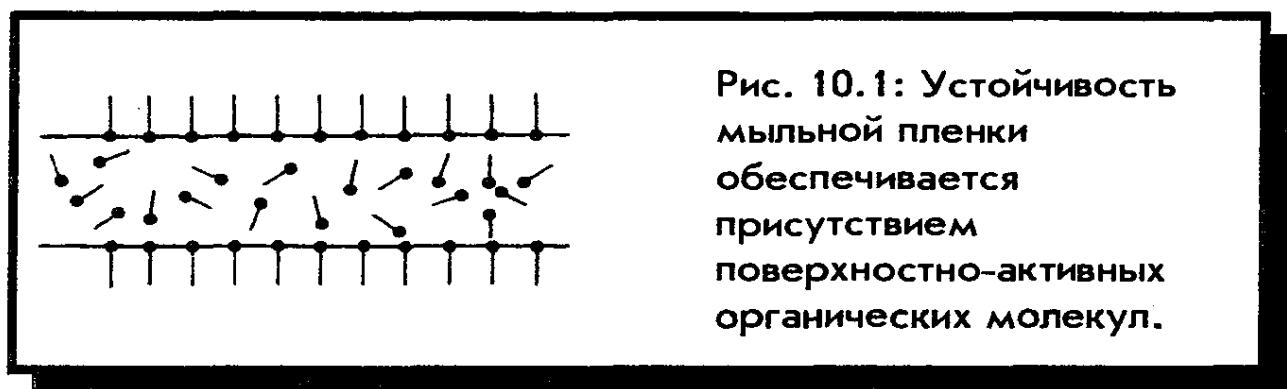
Мыльные пузыри

«Выдуйте мыльный пузырь и смотрите на него: вы можете заниматься всю жизнь его изучением, не переставая извлекать из него уроки физики», — писал великий английский физик лорд Кельвин¹. В частности, мыльная пленка является прекрасным объектом для изучения поверхностного натяжения. Сила тяжести здесь практически роли не играет, так как мыльные пленки чрезвычайно тонки и их масса совершенно ничтожна. Поэтому основную роль играют силы поверхностного натяжения, благодаря которым форма пленки всегда оказывается такой, что ее площадь — минимально возможная в данных условиях.

Однако почему пленки обязательно мыльные? Почему бы не изучать пленку из дистиллированной воды, ведь ее коэффициент поверхностного натяжения в несколько раз превышает коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора.

¹ См. сноску на стр. 56.

Дело, оказывается, вовсе не в величине коэффициента поверхностного натяжения, а в структуре мыльной пленки. Мыло богато так называемыми поверхностно-активными веществами, концы длинных молекул которых по-разному относятся к воде: один конец охотно соединяется с молекулой воды, другой к воде безразличен¹. Поэтому мыльная пленка обладает сложной структурой: образующий ее мыльный раствор как бы «армирован» частоколом упорядоченно расположенных молекул поверхностно-активного вещества, входящего в состав мыла² (рис. 10.1).



Вернемся к мыльным пузырям. Наверное, каждому доводилось не только наблюдать эти удивительно красивые творения, но и пускать их. Они сферичны по форме и долго могут свободно парить в воздухе. Давление внутри пузыря оказывается больше атмосферного. Избыточное давление обусловлено тем обстоятельством, что мыльная пленка, стремясь еще больше уменьшить свою поверхность, сдавливает воздух внутри пузыря, причем чем меньше его радиус R , тем большим оказывается избыточное давление внутри пузыря. Определим величину этого избыточного давления $\Delta P_{\text{сф}}$.

Поставим мысленный опыт. Пусть поверхностное натяжение пленки пузыря чуть-чуть ослабело, в результате чего радиус увеличился на величину $\delta R \ll R$ (рис. 10.2). При этом его внешняя поверхность возрастает на

$$\delta S = 4\pi(R + \delta R)^2 - 4\pi R^2 \approx 8\pi R \delta R$$

($S = 4\pi R^2$ — поверхность сферы), а следовательно, увеличивается и поверхностная энергия пузыря:

$$\delta E = \sigma \cdot (2\delta S) = 16\pi\sigma R \delta R; \quad (10.1)$$

¹Снижая поверхностное натяжение, поверхностно-активные вещества улучшают смачивающие свойства моющих средств. Однако наряду с этим они укрепляют мыльную пленку и повышают время жизни пузырей. (Прим. ред.)

²См. книгу: Гегузин Я. Е. Пузыри.— М.: Наука, 1985.— Библиотечка «Квант», вып. 46.

(поскольку δE уже пропорционально малой величине δR , изменением коэффициента поверхностного натяжения здесь можно пренебречь).

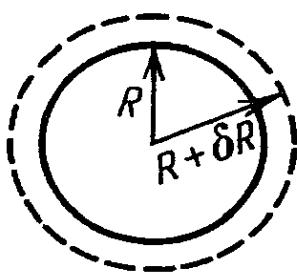


Рис. 10.2: Бесконечно-малое расширение мыльного пузыря.

Заметьте, что в выражении (10.1) появилась двойка, которой нет в определении поверхностной энергии. Ею мы учили факт, что у мыльного пузыря имеется две поверхности — внешняя и внутренняя; при увеличении его радиуса на δR площадь каждой из них возрастает на $8\pi R \delta R$.

Увеличение поверхностной энергии пузыря произошло за счет работы сжатого в нем воздуха. Считая, что давление в нем при столь малом изменении объема не меняется, можем записать

$$\delta A_{\text{воз}} = \Delta P_{\text{сф}} \cdot \delta V = \delta E.$$

Изменение объема пузыря определяется объемом тонкостенной сферы (рис. 10.2):

$$\delta V = \frac{4}{3}\pi(R + \delta R)^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 \approx 4\pi R^2 \delta R,$$

откуда для δE находим

$$\delta E = 4\pi R^2 \Delta P_{\text{сф}} \cdot \delta R.$$

Сравнивая это выражение с найденной ранее формулой (10.1), получаем, что обусловленное поверхностным натяжением избыточное давление внутри сферического мыльного пузыря равно

$$\Delta P_{\text{сф}} = \frac{4\sigma}{R} = \frac{2\sigma'}{R} = 2\sigma' \rho.$$

Через $\sigma' = 2\sigma$ мы обозначили удвоенный коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Понятно, что если бы речь шла об избыточном давлении под одинарной искривленной поверхностью (например, внутри сферической капли жидкости), то оно определялось бы выражением

$\Delta P_{\text{изб}} = 2\sigma/R$ (это соотношение называется формулой Лапласа¹). Входящая в это выражение величина, обратная радиусу сферы, называется кривизной сферы: $\rho = 1/R$.

Итак, мы пришли к важному заключению о том, что избыточное давление пропорционально кривизне сферы. Однако сфера — не единственная форма, которую можно придать мыльному пузырю. Если поместить пузырь между двумя кольцами², то его можно растягивать, пока он не примет форму цилиндра со сферическими «шапками» (рис. 10.3).

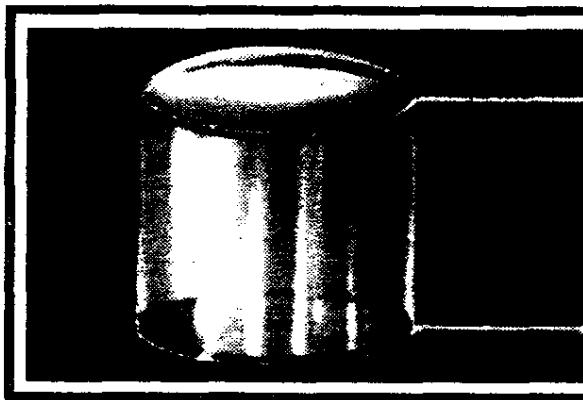


Рис. 10.3: С помощью проволочных колец можно попробовать придать пузырю форму цилиндра.

Чему равно избыточное давление внутри такого пузыря? У цилиндрической поверхности кривизна в различных направлениях различна. Вдоль образующей цилиндра кривизна равна нулю (образующая — прямая линия)³, а в сечении, перпендикулярном оси цилиндра, его кривизна равна $1/R$, где R — радиус цилиндра. Какое же значение ρ мы должны подставить в предыдущую формулу? Оказывается, разность давлений по разные стороны любой поверхности определяется ее средней кривизной. Что же это за величина?

Проведем через нормаль к поверхности в точке A плоскости⁴. Сечения цилиндрической поверхности этими плоскостями (они называются нормальными сечениями) могут быть окружностью, эллипсом или прямой (рис. 10.4). Легко видеть, что кривизны этих сечений в точке A различны: максимальной кривизной обладает поперечное сечение — окружность,

¹П. С. Лаплас (1749 - 1827) — выдающийся французский астроном, физик и математик.

²Прежде чем дотронуться до пузыря следует смочить кольца мыльным раствором. (Прим. ред.)

³Что такое кривизна плоской кривой? Кривизна окружности определяется так же, как и кривизна сферы: $\rho_{\text{окр}} = 1/R$, где R — радиус окружности. Если же кривая не является окружностью, то, тем не менее, ее отдельные маленькие участки можно приближенно считать дугами окружностей определенных радиусов. Величины, обратные этим радиусам, и называются кривизнами плоской кривой в различных ее точках.

⁴Нормалью к поверхности называется перпендикуляр к плоскости, касающейся поверхности в данной точке.

а минимальной, равной нулю, — прямая (продольное сечение). Средняя кривизна $\rho_{\text{ср}}$ определяется как полусумма максимальной и минимальной кривизны нормальных сечений:

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{\rho_{\max} + \rho_{\min}}{2}.$$

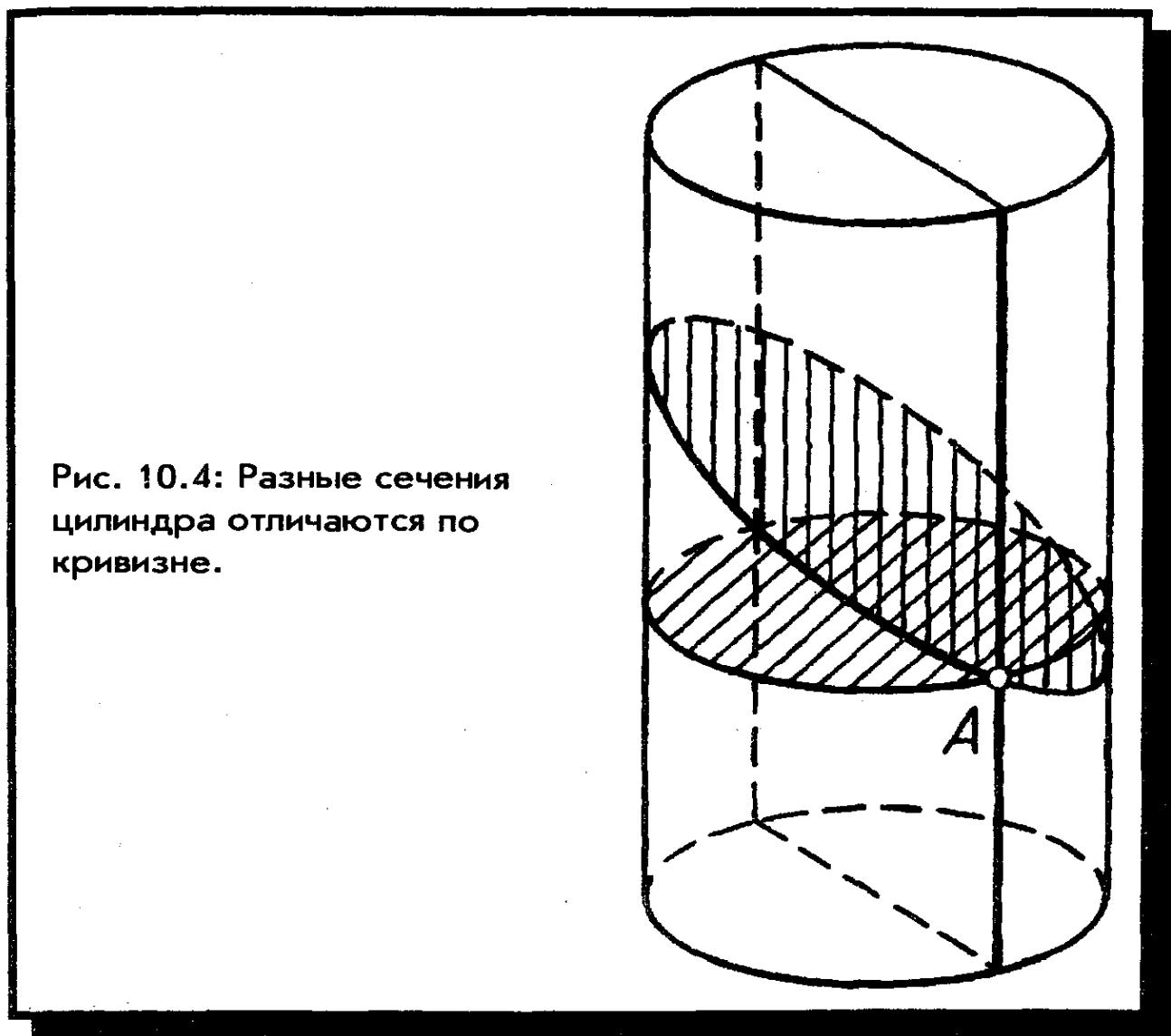


Рис. 10.4: Разные сечения цилиндра отличаются по кривизне.

Это определение годится не только для цилиндра; так можно определять среднюю кривизну в данной точке любой поверхности.

У цилиндрической поверхности в любой точке максимальная кривизна $\rho_{\max} = 1/R$, где R — радиус поперечного сечения цилиндра, а $\rho_{\min} = 0$. Поэтому средняя кривизна цилиндра $\rho_{\text{ср}} = 1/2R$, а избыточное давление внутри цилиндрического пузыря $\Delta P_{\text{ср}} = \sigma'/R$.

Как видно, у цилиндрического пузыря избыточное давление такое же, как у сферического пузыря вдвое большего радиуса. Поэтому радиус сфе-

рических «шапок» у цилиндрического пузыря будет вдвое больше, чем радиус цилиндра, и они являются сферическими сегментами, а не полу-сферами.

А что если вообще уничтожить избыточное давление в таком пузыре, заставив, например, лопнуть «шапки»? Казалось бы, так как внутри пузыря нет никакого избыточного давления, поверхность его не должна иметь кривизны. А тем не менее стенки пузыря изгибаются внутрь, и пузырь принимает форму катеноида (от латинского слова «катена» — цепь; эту поверхность можно получить вращением вокруг оси кривой, имеющей форму подвешенной горизонтально за концы цепи — цепной линии)¹. В чем же тут дело?

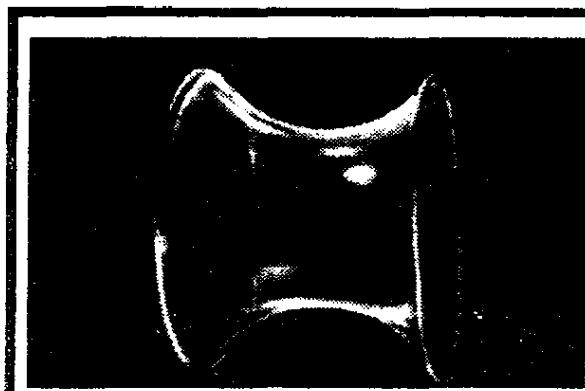


Рис. 10.5: Под действием сил натяжения пленка принимает форму катеноида. Такая поверхность имеет нулевую среднюю кривизну.

Присмотритесь к этой поверхности (рис. 10.5). Обратите внимание на ее узкое место — перехват. Легко видеть, что этот перехват является одновременно и выпуклым, и вогнутым. Его поперечное сечение — окружность, а продольное — цепная линия. Кривизна, направленная внутрь, должна увеличивать давление внутри пузыря, кривизна же, направленная наружу, должна уменьшать его. (Давление под вогнутой поверхностью больше, чем над ней.) В случае катеноида эти кривизны одинаковы по величине, и так как направлены они в противоположные стороны, средняя кривизна равна нулю. Следовательно, внутри такого пузыря нет избыточного давления.

Существует множество других поверхностей, которые кажутся кривыми во всех направлениях, но тем не менее их средняя кривизна равна нулю, и эти поверхности не производят никакого давления. Чтобы получить их, достаточно взять любую гнутую проволочную рамку и погрузить ее в мыльную воду. Вынимая рамку, можно увидеть разнообразные поверхности с нулевой средней кривизной, форма которых зависит от формы

¹ С точностью до преобразований подобия $a \rightarrow b$ цепная линия задается уравнением

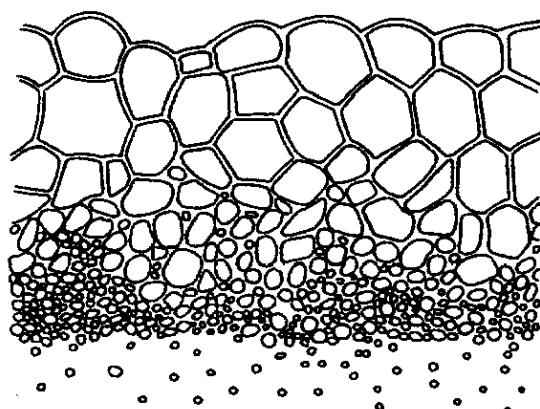
$$y = \frac{a}{2} (e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}).$$

рамки. Однако катеноид — единственная, кроме плоскости, поверхность вращения¹ с нулевой средней кривизной.

Одной из задач специальной математической науки — дифференциальной геометрии — является отыскание таких поверхностей с нулевой средней кривизной, натянутых на замкнутые пространственные кривые. Существует точная математическая теорема, утверждающая, что площадь таких поверхностей среди прочих поверхностей, натянутых на ту же кривую, всегда минимальна, и она нам покажется теперь очевидной.

Мыльные пузыри могут соединяться друг с другом, образуя пену. Несмотря на кажущуюся хаотичность в расположении мыльных пленок в пене, всегда выполняется такой закон: пленки пересекают друг друга лишь под равными углами (см. рис. 10.6).

Рис. 10.6: Глядя на сечение мыльной пены, можно заметить, что стенки пузырей образуют равные углы.



Рассмотрим, например, два пузыря, находящихся в контакте друг с другом и имеющих общую перегородку (рис. 10.7). Избыточные (по сравнению с атмосферным) давления внутри пузырей различны и определяются формулой Лапласа:

$$\Delta P_1 = \frac{2\sigma'}{R_1}, \quad \Delta P_2 = \frac{2\sigma'}{R_2}.$$

Поэтому перегородка должна быть такой, чтобы создавать дополнительное давление внутри пузырей. Следовательно, она должна обладать определенной кривизной. Радиус R_3 кривизны перегородки определяется из соотношения

$$\frac{2\sigma'}{R_3} = \frac{2\sigma'}{R_2} - \frac{2\sigma'}{R_1},$$

¹ То есть поверхность, полученная вращением плоской кривой вокруг лежащей в той же плоскости оси.

то есть

$$R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$



Рис. 10.7: Угол между касательными к поверхностям слипшихся мыльных пузырей равен 120° .

На рис. 10.7 изображен разрез пузырей в плоскости, проходящей через их центры. Точки *A* и *B* представляют собой точки пересечения с плоскостью чертежа окружности, по которой соприкасаются два пузыря. В любой точке этой окружности встречаются три пленки. Так как поверхностное натяжение пленок одинаково, то силы их поверхностного натяжения могут «уравновесить» друг друга лишь в том случае, когда углы, под которыми они пересекаются, равны между собой, и следовательно, каждый равен 120° .

Какие бывают капли

Сложнее обстоит дело с формой капель. Стремлению поверхностного натяжения уменьшить поверхность жидкости здесь обычно противодействуют другие силы. Например, капля жидкости почти никогда не является шаром, хотя шар имеет наименьшую из всех фигур поверхность при заданном объеме. Когда капля поконится на неподвижной горизонтальной поверхности, она оказывается сплющенной. Сложную форму имеет и падающая в воздухе капля. И только капля, находящаяся в невесомости, принимает совершенную сферическую форму.

Устранить действие силы тяжести при изучении поверхностного натяжения жидкостей впервые догадался в середине прошлого века бельгийский ученый Ж. Плато¹. Разумеется, в то время и не мечтали о настоящей

¹Ж. А. Ф. Плато (1801–1883) — бельгийский физик; работы по физиологической оптике, молекулярной физике, поверхностному натяжению. Первым выдвинул идею стробоскопа.

невесомости, и Плато просто предложил уравновесить силу тяжести архимедовой выталкивающей силой. Он поместил исследуемую жидкость (масло) в раствор, обладающий такой же плотностью, и, как пишет его биограф, «с удивлением увидел, что масло приняло сферическую форму; он тотчас же применил свое правило «вовремя удивляться», и это явление послужило затем для него предметом долгих размышлений».

Свой метод Плато применил для исследования различных явлений. Например, он изучил процесс образования и отрыва капли жидкости на конце трубы.

Обычно, как бы медленно мы ни увеличивали каплю, она отрывается от трубы так быстро, что глаз не может уследить за деталями этого процесса. Плато помещал конец трубы в жидкость, плотность которой была только немного меньше плотности капли. Действие силы тяжести при этом ослаблено, поэтому можно вырастить очень большую каплю и увидеть, как она отрывается от трубы.

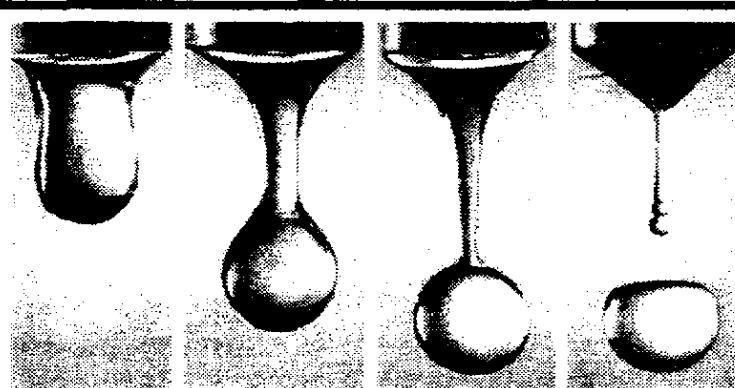


Рис. 10.8: Кадры скоростной киносъемки процесса отрыва капли.

На рис. 10.8 показаны различные стадии красивого процесса образования и отрыва капли (фотографии получены современным методом — с помощью скоростной киносъемки). Попробуем объяснить это явление. Пока капля растет медленно, можно считать, что в каждый момент времени она находится в равновесии. Тогда при заданном объеме капли ее форма определяется из условия, что сумма поверхностной энергии и потенциальной энергии капли, обусловленной силой тяжести, минимальна. Поверхностное натяжение вызывает сокращение поверхности капли, оно стремится придать капле сферическую форму. Сила тяжести, наоборот, стремится расположить центр масс капли как можно ниже. В результате капля оказывается вытянутой.

Чем больше капля, тем большую роль играет потенциальная энергия силы тяжести. Основная масса по мере роста капли собирается внизу, и у капли образуется шейка (вторая фотография на рис. 10.8). Сила поверхностного натяжения направлена вертикально по касательной к шейке. Она уравновешивает силу тяжести, действующую на каплю. Теперь достаточно капле совсем немного увеличиться, и силы поверхностного натяжения уже не смогут уравновесить силу тяжести. Шейка капли быстро сужается (третья фотография на рис. 10.8), и в результате капля отрывается (четвертая фотография). При этом от шейки отделяется маленькая капелька, которая падает вслед за большой. Вторичная капелька образуется всегда (ее называют шариком Плато), но так как процесс отрыва капли очень быстрый, обычно мы этой вторичной капельки не замечаем.

Мы не будем здесь вдаваться в причины образования маленькой капельки — это довольно тонкий вопрос. Но попробуем объяснить форму падающей капли. Мгновенные фотографии падающих капель показывают, что маленькие капли почти сферические, а большие похожи на сдобную булочку. Давайте прежде всего оценим радиус капли, при котором она теряет свою сферичность.

При равномерном движении капли сила тяжести, действующая, например, на центральный столбик капли AB (рис. 10.9), должна быть уравновешена силами поверхностного натяжения. А для этого необходимо, чтобы радиусы кривизны капли в точках A и B были разными. Действительно, поверхностное натяжение создает избыточное давление, определяемое формулой Лапласа: $\Delta P_{\text{Л}} = \sigma'/R$, и если кривизна поверхности капли в точке A будет большей, чем в точке B , то разность лапласовских давлений сможет уравновесить гидростатическое давление жидкости:

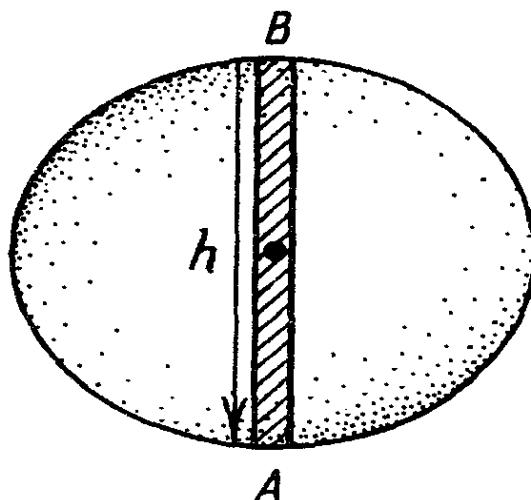
$$\rho gh = \frac{\sigma'}{R_A} - \frac{\sigma'}{R_B}.$$

Существенно ли различие R_A и R_B ? Для маленьких капель радиусом порядка 1 мкм (10^{-6} м) величина $\rho gh \approx 2 \cdot 10^{-2}$ Па, а величина $\Delta R_{\text{Л}} = \sigma'/R \approx 1,6 \cdot 10^5$ Па! В этом случае гидростатическое давление настолько мало, по сравнению с лапласовским, что им и вовсе можно пренебречь. Такая капля может считаться эталоном сферичности.

Иное дело для капли диаметром, скажем, 4 мм. Для нее гидростатическое давление $\rho gh \approx 40$ Па, а лапласовское $\Delta P_{\text{Л}} = 4\sigma/h = 78$ Па. Эти величины одного порядка, и нарушения сферичности для такой капли более существенны. Полагая $R_B = R_A + \delta R$ и $R_A + R_B = h = 4$ мм, найдем, что $\delta R \sim h \left(\sqrt{\left(\frac{\Delta R_{\text{Л}}}{\rho g h} \right)^2 + 1} - \frac{\Delta R_{\text{Л}}}{\rho g h} \right) \approx 1$ мм. Разность радиусов кривизны

в точках A и B в этом случае оказывается уже порядка самого размера капли.

Рис. 10.9: Из-за гидростатического давления поверхность капли имеет различную кривизну в точках A и B .

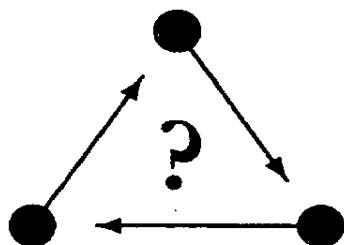


Наш расчет показывает, для каких капель можно ожидать нарушения сферичности, но форма падающей капли получается обратной наблюдаемой в эксперименте (на фотографии капли сплющены снизу). В чем же дело? А в том, что мы считаем давление воздуха над каплей и под ней одинаковым. При медленном движении капли так и бывает. Но если капля движется в воздухе с достаточно большой скоростью, то воздух не успевает плавно обтекать каплю: перед нею создается область повышенного давления, а за нею — пониженного (там образуются вихри). Разность давлений воздуха может быть больше, чем гидростатическое давление, и лапласовское давление теперь должно скомпенсировать именно эту разность. В таком случае величина давления $\sigma'/R_A - \sigma'/R_B$ становится отрицательной и, следовательно, радиус R_A будет больше, чем R_B . Об этом и свидетельствуют фотографии.

А видели вы когда-нибудь очень большие капли? В обычных условиях таких капель нет. И это не случайно — капли большого диаметра неустойчивы и разрушаются на маленькие. Сохранность формы капли на несмачиваемой поверхности обеспечивает поверхностное натяжение. Однако когда гидростатическое давление становится больше лапласовского, капля растекается и дробится на более мелкие. Оценить предельно возможный размер капли позволяет неравенство $\rho gh \geq \sigma'/R$, где $h \sim 2R$. Отсюда получаем

$$R_{\text{пред}} \sim \sqrt{\frac{\sigma'}{\rho g}}.$$

Для воды, например, $R_{\text{пред}} \approx 0,3$ см (разумеется, это лишь порядковая оценка максимального размера капли). Вот почему вы не увидите на листьях деревьев и других поверхностях, не смачиваемых водой, слишком крупных капель.



Может ли случиться, что вдоль прямой линии, образуя прямые углы, соединяются четыре мыльные пленки?

Глава 11

Тайны волшебной лампы

... «Симметриады» появляются внезапно. Их образование напоминает извержения. Океан вдруг начинает блестеть, как будто несколько десятков квадратных километров его поверхности покрыты стеклом. Через некоторое время стеклянная оболочка выбрасывается вверх в виде чудовищного пузыря, в котором, искажаясь и преломляясь, отражается весь небосклон, солнце, тучи, горизонт...

Станислав Лем
Солярис

Ряд фотографий, помещенных на третьей полосе обложки, сделан не на Солярисе, не из космического корабля, погружающегося в мрачные глубины атмосферы Юпитера, и не из иллюминатора батискафа, рискувшего подобраться к извергающемуся подводному вулкану. На них снят работающий светильник «Радуга», который (хотя и не всегда) можно купить в магазинах «Подарки». Он таит в себе множество непростых и красивых явлений.

Устройство светильника весьма несложно. Он представляет собой прозрачную цилиндрическую колбу, в основание которой, под стеклянным дном, вмонтирована обычная электрическая лампа. Стекло у дна покрыто цветным светофильтром, а по его периметру идет металлическая спираль (рис. 11.1). Колба примерно на 1/6 часть своего объема заполнена воскообразным веществом (о котором мы в дальнейшем будем говорить как о «веществе А»), а затем почти доверху залита прозрачной жидкостью (о ней мы будем говорить как о «веществе Б»). Из каких соображений

выбираются эти вещества, и какими свойствами они должны обладать, мы выясним чуть позднее, изучая явления, происходящие в светильнике.

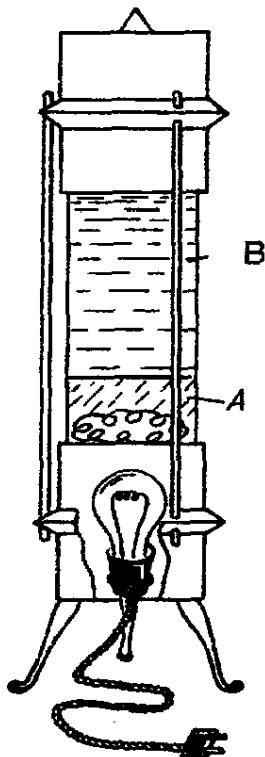


Рис. 11.1: Конструкция волшебной лампы.

Наблюдения лучше всего проводить в темноте, когда «Радуга» служит единственным источником света. Включим же ее в сеть и запасемся терпением. Как мы увидим, события, происходящие в светильнике, можно разбить на несколько фаз. Первую из них мы условно назовем «фазой покоя и накопления сил».

Вещество *A* аморфно, то есть не имеет строго упорядоченной структуры. С повышением температуры оно размягчается и постепенно переходит в жидкое состояние. Напомним важное различие между переходом в жидкость кристаллического и аморфного веществ. Для первого этот переход происходит лишь при определенной температуре и требует затраты энергии — теплоты плавления, которая расходуется на разрушение кристаллической структуры вещества. Для аморфного же вещества твердое и жидкое состояние принципиально не различаются. Просто с повышением температуры вязкость аморфного вещества уменьшается, и оно становится все более и более текучим¹.

¹ Подробнее разницу между кристаллическими и аморфными веществами мы обсудим в

Включенная в сеть лампочка, освещаяющая снизу сквозь светофильтр красновато-зеленым светом внутренность цилиндра, служит также и источником тепла. На дне возле лампы образуется «горячее пятно» (область повышенной температуры). В этой области вещество *A* начинает размягчаться, в то время как ни верхняя корка, ни, тем более, жидкость *B* прогреться еще не успевают и пока остаются холодными. По мере нагревания все большая часть вещества *A* разжижается, его твердая корка становится все тоньше и тоньше. Вследствие теплового расширения объем расплавившихся нижних слоев вещества *A* стремится возрасти, давление под коркой увеличивается, и в какой-то момент жидкость *A* проламывает твердую корку и пузырями вырывается вверх. На дне как бы заработал вулкан. «Фаза покоя и накопления сил» завершена — ее сменяет «фаза вулканической деятельности» (см. рис. 2 на третьей стр. обложки).

Вещества *A* и *B* подобраны так, что плотность разогретого жидкого вещества *A*, вырывающегося из трещины в корке, оказывается несколько меньше плотности еще холодного вещества *B*. Поэтому порции вещества *A* одна за другой всплывают вверх¹. По пути они остывают в холодной жидкости *B* и, достигая поверхности, отвердевают, принимая самые причудливые формы. При застывании плотность вещества *A* становится несколько больше плотности жидкости *B*, и «осколки» начинают медленно опускаться. Однако некоторые из них надолго зависают у поверхности. Причиной плавания мелких осколков на поверхности может служить сила поверхностного натяжения. Дело в том, что жидкость *B* не смачивает вещество *A*, поэтому действующая на полузатопленные осколки сила поверхности натяжения направлена вверх и стремится вытолкнуть их из жидкости. Благодаря этому же эффектудерживаются на поверхности воды водомерки, плавает смазанная жиром стальная игла.

Между тем избыточное давление под коркой в нижней части сосуда уже сброшено, края трещины сплавились, и сквозь этот кратер с небольшой скоростью продолжают вытекать очередные порции расплавленного вещества *A*. Однако теперь они не отрываются от дна, а медленно вытягиваются из кратера в форме удлиняющейся вверх струи. Поверхность этой струи, соприкасаясь с холодной жидкостью *B*, быстро отвердевает, образуя подобие ствола. Посмотрев на этот ствол «на просвет», вы наверняка удивитесь: он тонкостенный и заполнен внутри... жидкостью *B*. Дело в том, что, когда струя расплавленного вещества *A* выходит из кратера и устремляется вверх, в какой-то момент для дальнейшего роста

главе 18 «Следы на песке».

¹ В этом смысле идею светильника можно рассматривать как развитие известного опыта Дарлинга, в котором капля анилина нагревалась в высоком стакане воды. Примерно при 70°С плотность анилина становилась меньшей плотности воды и капля всплывала.

ей недостает вещества *A*. Внутри струи создается разрежение, и где-то на границе образующегося ствола и кратера возникает разлом, в который устремляется холодная жидкость *B*. Верхняя же часть струи еще продолжает свое движение вверх. Так жидкость *B* заполняет ствол изнутри, охлаждая и формируя его внутренние стенки, после чего они окончательно отвердевают.

В нижней части светильника тем временем по-прежнему идет процесс плавления, и очередной шар расплавленного вещества *A* выходит из кратера. Он поднимается вверх уже внутри образовавшейся трубки. Поднявшись до ее верхнего конца, он за счет своей еще разогретой массы удлиняет ее. С каждой новой порцией вещества *A* трубка удлиняется, образуя растущий вверх гофрированный ствол (см. рис. 3 на третьей стр. обложки). Рядом с ним, раздвинув опавшие осколки «вулканической деятельности», через некоторое время может вырасти еще один или несколько таких стволов. Стволы причудливо переплетаются, подобно стеблям экзотических растений, среди усеивающих дно каменных глыб и продолжающих опускаться по мере нагревания жидкости *B* осколков. Картина на время замирает. Эту фазу можно назвать «фазой каменного леса».

Если в этот момент выключить светильник, то «окаменевший лес» останется в нем неизменным — к первоначальному состоянию светильник сам вернуться не сможет¹. Однако, несмотря на фейерверк происшедших событий, до рабочего режима мы еще не дошли, поэтому оставим светильник включенным и продолжим наблюдения.

Время идет, жидкость *B* прогревается, лежащие на дне осколки начинают оплавляться, а уходящие вверх стволы постепенно оседают вниз. Однако среди бывших осколков вы не увидите расплющенных капель — все они постепенно принимают сферическую форму. В обычных условиях расплющивание капель на несмачиваемой поверхности происходит благодаря силе тяжести. Она противодействует силам поверхностного натяжения, стремящимся придать капле форму шара — тела, поверхность которого при заданном объеме минимальна. В светильнике на каплю, кроме силы тяжести и поверхностного натяжения, действует сила Архимеда, которая почти полностью компенсирует силу тяжести. Поэтому капля оказывается как бы в состоянии невесомости, и уже ничто не мешает ей принять сферическую форму (этот вопрос уже обсуждался в предыдущем разделе).

Для одной капли сферическая форма в состоянии невесомости является энергетически наиболее выгодной. Для двух же или нескольких лежащих рядом и касающихся друг друга капель выгоднее было бы слиться воедино — поверхность одного большого шара меньше, чем общая по-

¹ Если не включить его снова. (Прим. ред.)

верхность нескольких малых с той же полной массой (проверьте это самостоятельно), и следовательно, поверхностная энергия у одной большой капли меньше. Но взглянув на светильник, вы убедитесь, что там все еще спокойно существуют несколько почти сферических капель вещества *A*, и пока, кажется, они вовсе не собираются сливаться в одну. А ведь вы, наверное, не раз наблюдали, как ртутные и водяные капли на несмачиваемой поверхности сливаются почти мгновенно. Отчего же зависит время слияния двух капель?

Над этим вопросом ученые задумывались довольно давно. Тем более, что он совсем не праздный, а, как оказалось, имеет огромное практическое значение для понимания физических процессов, происходящих, например, в порошковой металлургии, где спрессованные металлические зерна в результате термической обработки «спекают» в вещества, обладающие уникальными свойствами. В 1944 г. замечательный советский физик Я. И. Френкель¹ предложил простейшую модель такого процесса, в результате чего появилась его пионерская работа, заложившая физические основы порошковой металлургии. Идея, лежащая в основе этой работы, позволит нам оценить время слияния.

Пусть две одинаковые жидкые капли начинают соприкасаться. В месте касания образуется перешеек (рис. 11.2), который постепенно, по мере слияния капель, растет. Для оценки времени слияния τ проще всего воспользоваться энергетическими соображениями. Всего в «активе» у системы двух капель имеется энергия ΔE_{Π} , равная разности поверхностных энергий начального и конечного состояний (то есть двух отдельных капель с радиусами r_0 и одной «общей» радиуса r):

$$\Delta E_{\Pi} = 8\pi\sigma r_0^2 - 4\pi\sigma r^2.$$

Так как при слиянии капель их полный объем не меняется, то $\frac{4}{3}\pi r^3 = 2 \cdot \frac{4}{3}\pi r_0^3$, откуда $r = \sqrt[3]{2}r_0$. Таким образом, $\Delta E_{\Pi} = 4\pi\sigma(2 - 2^{2/3})r_0^2$. Согласно идеи Френкеля этот избыток энергии должен быть израсходован на работу против сил вязкого трения, возникающих в процессе перемещения вещества капель и окружающей среды при их слиянии.

Оценку этой работы мы проведем по порядку величины. Для силы вязкого трения мы воспользуемся выражением Стокса², справедливым для

¹ Я. И. Френкель (1894–1952) — специалист по физике твердого тела, физике жидкостей, ядерной физике и т. д. В 1936 году Френкель независимо от Н. Бора предложил так называемую «капельную модель ядра». В этом подходе слияние капель впрямую связано с задачами ядерного синтеза. (Прим. ред.)

² Дж. Г. Стокс (1819–1903) — английский физик и математик, президент Лондонского Королевского Общества. Труды по гидродинамике, оптике, математической физике.

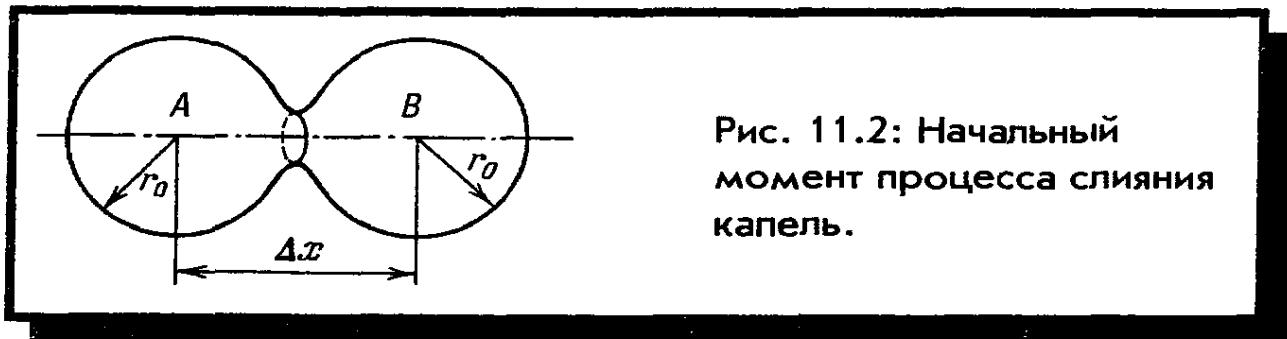


Рис. 11.2: Начальный момент процесса слияния капель.

случая шара радиуса R , движущегося со скоростью v в жидкости с вязкостью η : $F = 6\pi\eta Rv$. Будем считать, что вязкость η_A вещества, из которого состоят капли, гораздо больше вязкости окружающей среды, поэтому в формулу Стокса¹ подставим именно η_A . Далее, вместо R подставим r_0 . Эта же величина характеризует и масштаб перемещения массы жидкости при слиянии капель: $\Delta x \sim r_0$. Таким образом, для работы сил вязкого трения находим

$$\Delta A \sim 6\pi\eta_A r_0^2 v.$$

Видно, что чем быстрее капли сливаются, тем больше энергии на это требуется (из-за возрастания сил вязкого трения). Но запас энергии у нас ограничен: $\Delta E_{\Pi} = 4\pi\sigma(2 - 2^{2/3})r_0^2$. Этим и определяется искомое время слияния капель τ_{Φ} (так называемое френкелевское время слияния). Оценивая скорость процесса как $v \sim r_0/\tau_{\Phi}$, находим

$$\Delta A \sim 6\pi\eta_A r_0^3 / \tau_{\Phi} \sim 4\pi\sigma(2 - 2^{2/3})r_0^2,$$

откуда

$$\tau_{\Phi} \sim r_0\eta_A/\sigma.$$

Для капель воды с $r_0 \sim 1$ см, $\sigma \sim 0,1$ Н/м и $\eta \sim 10^{-3}$ кг/(м · с) это время составляет всего лишь 10^{-4} с. Однако для значительно более вязкого глицерина (при 20°C $\sigma_{\text{гл}} \sim 0,01$ Н/м, а $\eta_{\text{гл}} \sim 1$ кг/(м · с)) соответствующее время τ_{Φ} составит уже ~ 1 с. Для различных жидкостей, в зависимости от их вязкости и поверхностного натяжения, τ_{Φ} может меняться в весьма широких пределах.

¹Конечно, формула Стокса выведена совсем для другого случая — движения шара в вязкой жидкости. Однако понятно, что и в рассматриваемом случае сила вязкого трения также может зависеть лишь от вязкости, линейного размера капли и скорости протекания процесса v . Поэтому, согласно теории размерностей, из этих величин нам не удастся скомбинировать иного выражения, чем формула Стокса, имеющего размерность силы (отличие может быть только в коэффициенте, однако, мы воспользуемся формулой Стокса лишь для оценки по порядку величины).

Важно, что благодаря сильной зависимости вязкости от температуры это время может существенно меняться и для одной и той же жидкости. Так, вязкость глицерина при изменении температуры от 20 до 30°С уменьшается в 2,5 раза. Поверхностное натяжение от температуры зависит гораздо слабее (в указанном диапазоне температур $\sigma_{\text{гл}}$ уменьшается всего лишь на несколько процентов). Поэтому можно считать, что зависимость френкелевского времени слияния от температуры определяется именно температурной зависимостью вязкости.

Вернемся теперь к шарам, лежащим на дне светильника. Пока температура жидкости *B* не высока, вязкость аморфного вещества *A* еще большая. Теперь понятно, что именно по этой причине шары и не сливаются. Точно так же не сольются два восковых шарика, если их при комнатной температуре привести в соприкосновение или же сдавить. Однако стоит их подогреть, как вязкость воска резко уменьшится, и жидкие шары сольются довольно быстро. Отметим и важную роль состояния поверхности шаров: если она неровная и сильно загрязнена, то перемычке между шарами образоваться трудно.

Слияние капель необходимо для дальнейшего функционирования светильника, и в его конструкции предусмотрен специальный механизм «перелива» вещества *A* из отдельных капель в уже расплавившуюся основную массу. Это — упоминавшаяся выше металлическая спираль, идущая по периметру дна светильника. Она хорошо разогрета, и при соприкосновении с ней капли вещества *A* прогреваются, вязкость их падает и они «охотно» вливаются в основную массу.

Итак, на дне сосуда образовалась единая жидкая масса вещества *A*. Однако благодаря продолжающемуся нагреву спокойной она оставаться не может. Начинается «фаза протуберанцев».

Оторвавшийся от поверхности протуберанец под действием выталкивающей силы медленно уходит вверх (см. рис. 5 на третьей стр. обложки), постепенно принимая форму шара. Поднявшись в верхнюю часть светильника, где жидкость *B* из-за своей низкой теплопроводности до сих пор не прогрелась, этот шар несколько охлаждается (оставаясь все же жидким) и медленно опускается вниз, на вздувающуюся поверхность. Однако, как мы уже выяснили, влиться в нее ему не так-то просто, и он довольно долго подпрыгивает на ней, постепенно скатываясь к периферии; здесь спираль «вскрывает» его поверхность, и бывший протуберанец завершает свое путешествие, возвратившись в породившую его стихию.

Лампочка в основании цилиндра продолжает греть систему, и процесс рождения протуберанцев продолжается. По мере повышения температуры темп его нарастает. Отрываясь от поверхности, протуберанцы оставляют

висеть «между небом и землей» одинокие капли¹, которые никак не решат — то ли им устремиться вдогонку за протуберанцем, то ли вернуться в родную стихию. И вот уже в цилиндре одновременно находится до десятка жидкких шаров, одни из которых поднимаются вверх, другие опускаются вниз (см. рис. 6 на третьей стр. обложки): начинается «фаза столкновений и катастроф». Именно эта, наиболее длительная и зрелищная фаза, рассматривается создателями как рабочий режим светильника.

Шары в светильнике сталкиваются, меняют направление своего движения, но вам не удастся наблюдать их слияние в процессе такого соударения. Как мы уже выяснили, шарам выгоднее (с энергетической точки зрения) слиться воедино. Но на это нужно время. Понятно, что время, которое им «отпущенено», — это время соударения t . Если τ_f заметно превышает t , шары не успеют слиться и разойдутся. Чем же определяется время соударения? В светильнике в основном происходят косые удары (рис. 11.3), при которых размягченные шары, легко деформируясь, скользят один по другому. В этом случае характерное время соударения $t \sim r_0/v$. Скорость шаров в светильнике всего несколько сантиметров в секунду, радиусы шаров — несколько сантиметров. Так что $t \approx 1$ с, и за такое время шары слиться не успевают. Вот и приходится им «бродить» в светильнике, на время залегая на дне, повисая вверху, сталкиваясь, но не слияясь.

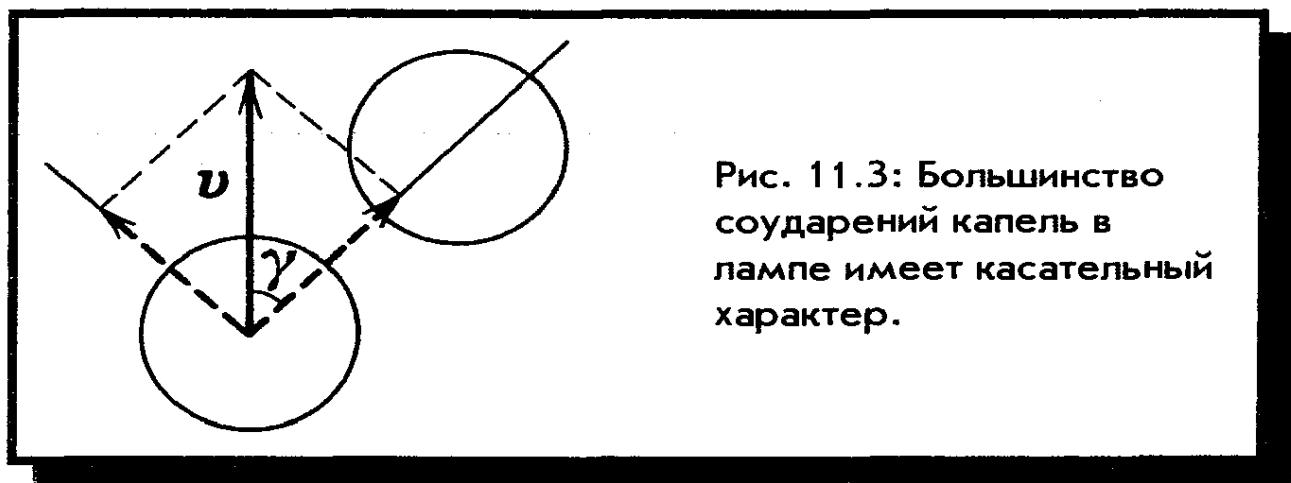


Рис. 11.3: Большинство соударений капель в лампе имеет касательный характер.

«Фаза столкновений и катастроф» длится очень долго, 5–7 часов. По прошествии этого времени инструкция рекомендует выключить светильник. Однако при определенных (достаточно высоких) температурах окружающего воздуха эта фаза может оказаться не последней. После того как в светильнике устанавливается стационарное распределение температуры по высоте (вся жидкость B окончательно прогревается), плотности веществ A и B практически сравниваются. Все вещество A собирается в один

¹Кстати, это уже упоминавшиеся в предыдущей главе «шарики Плато».

большой шар, который зависит у дна, оголив светофильтр. Со временем этот шар из-за касания со стенками цилиндра несколько остывает, его плотность немного увеличивается и он медленно опускается на дно. Коснувшись дна, шар получает дополнительную порцию тепла и возвращается на прежнее место. Здесь он замирает до тех пор, пока снова не остынет, после чего описанный процесс повторяется. Эту, не предусмотренную инструкцией, фазу можно назвать «фазой большого шара» (см. рис. 8 на третьей стр. обложки).

Давайте теперь, разобравшись во многих деталях поведения светильника, взглянем на это явление в целом. Напрашивается вопрос: почему вообще возникают эти непрерывно сменяющие друг друга повторяющиеся процессы рождения, столкновений и гибели шаров? Понятно, что вся «движущая сила» процесса заключена в разности температур между верхним и нижним концами лампы («нагревателем» и «холодильником»). Если предположить, что поток тепла распространяется благодаря теплопроводности жидкости B , то ее температура будет просто плавно меняться по высоте и ничего необычного в системе происходить не будет. Появление шаров, так же как и конвекция, является следствием неустойчивостей, возникающих при определенных условиях в системах, в которых из-за разности температур на границах распространяются потоки тепла. Изучением общих закономерностей в поведении таких систем занимается новая, бурно развивающаяся наука — *синергетика*.

Глава 12

Пока чайник не закипел...

Тут Алису осенило:

— Поэтому здесь и накрыто к чаю? —
спросила она.

— Да, — отвечал Болванщик со вздохом, —
здесь всегда пора пить чай. Мы не успеваем
даже посуду вымыть.

Льюис Кэрролл

Алиса в стране чудес

Ритуалу чаепития посвящены восточные трактаты и главы в специальных книгах. И все же, посмотрев на этот процесс под несколько иным углом зрения, в нем можно найти множество интересных физических явлений, объяснения которым нет даже в самом толстом кулинарном руководстве.

Для начала проделаем следующий опыт. Поставим два совершенно одинаковых чайника с равными количествами холодной воды на конфорки одинаковой мощности. Один из них закроем крышкой, а второй оставим открытым. Какой из них закипит раньше?

Ответ на этот вопрос знает любая опытная хозяйка. Желая вскипятить воду быстрее, она, не задумываясь, накрывает кастрюлю крышкой, и на поставленный вопрос сразу же ответит, что скорее закипит чайник, накрытый крышкой. Ну, что же, убедимся в ее правоте — вначале опытным путем, дождавшись кипения наших чайников, а потом обоснуем результат поставленного опыта с точки зрения молекулярной физики.

Пока чайники нагреваются, поставим на третью конфорку плиты еще один точно такой же чайник с тем же количеством холодной воды, что и в первых двух, и попробуем его вскипятить быстрее (при той же мощности конфорки). Для этого нужно каким-либо способом быстро повысить температуру воды в нем, обогнав ее нагрев в двух первых чайниках. Например, сунуть в стоящий на плите третий чайник еще и кипятильник. Ну, а если кипятильника нет?

Вспомним, что для того чтобы повысить температуру воды в какой-либо емкости, в нее достаточно добавить более горячей воды. Может быть, такой прием ускорит закипание воды в третьем чайнике? Отнюдь нет. Не только не ускорит, но еще и замедлит. Чтобы убедиться в этом, представим себе, что вода массой m_1 находящаяся первоначально в чайнике при температуре T_1 , не смешалась и не стала обмениваться теплом с долитой горячей водой, имеющей массу m_2 и температуру T_2 . Тепло, которое необходимо было первоначально передать воде для доведения ее до кипения, составляет

$$Q_1 = cm_1(T_k - T_1)$$

. Теперь же, кроме нагрева до температуры кипения (T_k) того же количества воды m_1 , придется разогреть от T_2 до T_k еще и долитую горячую воду массой m_2 . Поэтому полное количество теплоты составит

$$Q = cm_1(T_k - T_1) + cm_2(T_k - T_2).$$

Даже если в чайник доливать кипяток, то в процессе переливания он успеет несколько охладиться, и температура T_2 окажется несколько ниже T_k . Понятно, что наше «абсурдное» предположение о том, что порции воды остались неперемешанными, никак не повлияло на закон сохранения энергии в системе, а лишь позволило нам рассмотреть явление проще и быстрее.

Пока мы безуспешно возились с третьем чайником, первый, с закрытой крышкой, уже начинает шуметь. Попробуем выяснить причину этого знакомого всем шума и оценить его характерную частоту.

Первой причиной этого шума можно предположить колебания жидкости, возникающие при отрыве пузырьков пара от дна и стенок сосуда. Эти пузырьки чаще всего зарождаются на неоднородностях и микротрешинках поверхности. Характерные их размеры до закипания чайника порядка 1 мм (при кипении они значительно возрастают и могут доходить до 1 см). Для оценки частоты возникающего в чайнике звука нам нужно найти время отрыва пузырьков τ от дна. Именно это время характеризует длительность толчка, который получает жидкость в процессе отрыва пузырька, а следовательно, и период возникающих в жидкости колебаний. Соот-

ветственно частота генерируемого звука определится величиной, обратной этому времени: $\nu \sim \tau^{-1}$.

Пока пузырек пребывает на дне в покое, на него действуют две силы: выталкивающая его вверх сила Архимеда $F_A = \rho_{\text{в}} g V_{\text{п}}$ ($V_{\text{п}}$ — объем пузырька, а $\rho_{\text{в}}$ — плотность воды) и удерживающая на дне сила поверхностного натяжения $F_{\text{п}} = \sigma l$ (l — длина границы соприкосновения пузырька с поверхностью дна чайника)¹. По мере увеличения объема пузырька сила Архимеда возрастает и в некоторый момент превышает силу поверхностного натяжения. Пузырек начинает свое движение вверх (рис. 12.1). Попятно, что полная сила, действующая на пузырек в процессе его от-

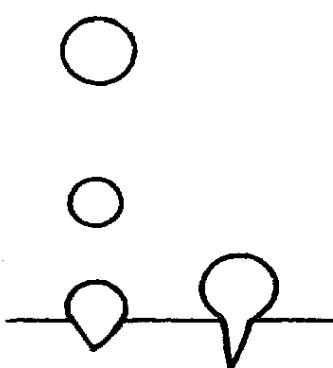


Рис. 12.1: Вначале пузырьки, образующиеся на дефектах дна, удерживаются силами поверхностного натяжения.

рыва от дна, по порядку величины равна F_A . Масса же пузырька при его движении в жидкости определяется не его собственной ничтожно малой массой (массой заключенного в нем воздуха и пара), а так называемой «присоединенной» массой, которая для сферического пузырька составляет

$$m^* = \frac{2}{3} \pi \rho_{\text{в}} r_0^3$$

(в этой формуле r_0 — радиус пузырька). Она фактически определяет ту массу жидкости вокруг пузырька, которая оказывается вовлеченной в движение при его перемещении вверх.

Таким образом, ускорение пузырька на начальном этапе движения будет

$$a \sim \frac{F_A}{m^*} = 2g.$$

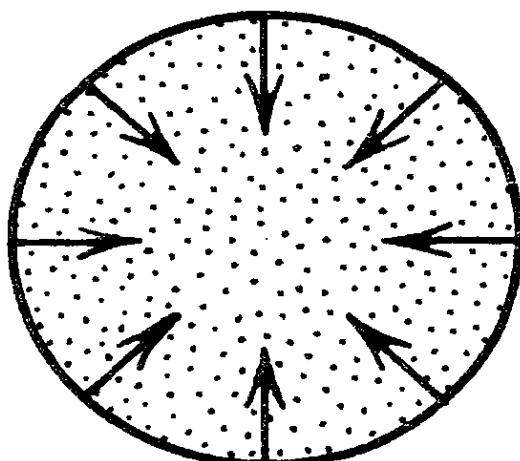
¹Здесь мы пренебрегаем заведомо малой силой тяжести.

Время отрыва пузырька от дна можно теперь оценить, считая его движение равноускоренным. На высоту порядка своего размера он поднимается за время

$$\tau_1 \sim \sqrt{\frac{2r_0}{a}} \sim 10^{-2} \text{ с} \quad (12.1)$$

Соответствующая характерная частота генерируемого при отрыве пузырьков звука составляет $\nu_1 \sim \tau_1^{-1} \sim 100$ Гц, что, по-видимому, на порядок меньше¹ частоты того звука, который слышен при нагреве чайника (однако еще задолго до закипания воды в нем)².

Рис. 12.2: При закипании возникает характерный звук, связанный со схлопыванием сотен крошечных пузырьков.



Существует и вторая причина шума, возникающего в чайнике при его нагревании. Для того чтобы добраться до нее, проследим судьбу пузырька пара после его отрыва от дна. Оторвавшись от горячего дна, где давление пара в пузырьке было примерно равно атмосферному (иначе он не мог бы достаточно расширяться для всплытия), пузырек, всплывая, попадает в верхние, еще не достаточно прогретые слои воды. Заполняющий пузырек насыщенный пар при этом охлаждается, его давление падает и уже не может компенсировать внешнего давления на пузырек со стороны воды. В результате пузырек быстро схлопывается (рис. 12.2) или просто сильно сжимается (если в нем, помимо водяного пара, содержалось также

¹Частоты в диапазоне 100 Гц знакомы всем по гудению старых радиоприемников. (Прим. ред.)

²Заметим, что в выражение (12.1) никак не вошел коэффициент поверхностного натяжения, поэтому можно думать, что пузырек излучает звуковые волны не только в процессе отрыва от дна, но и в течение всего своего ускоренного движения — до тех пор, пока сила сопротивления движению пузырька со стороны воды (пропорциональная скорости его движения) не уравновесит действующую на него выталкивающую силу.

некоторое количество воздуха) — в жидкости распространяется звуковой импульс. Схлопывание одновременно большого числа таких пузырьков, гибнущих в верхних слоях воды, воспринимается как шум. Оценим его характерную частоту.

Запишем уравнение Ньютона для массы воды m , устремляющейся внутрь пузырька при его схлопывании:

$$ma_r = F_d = S\Delta P.$$

Здесь $S = 4\pi r^2$ — площадь поверхности пузырька, на которую действует сила давления F_d , ΔP — разность давлений на его границе, a_r — ускорение движения границы пузырька к его центру. Понятно, что в процесс такого схлопывания вовлечена масса, по порядку величины равная произведению плотности воды на объем пузырька: $m \sim \rho_b r^3$. Таким образом, уравнение Ньютона может быть переписано в виде

$$\rho_b r^3 a_r \sim r^2 \Delta P.$$

Пренебрегая давлением, обусловленным натяжением искривленной поверхности пузырька, а также небольшим количеством воздуха, которое может в нем содержаться, будем считать ΔP постоянным (зависящим только от перепада температур между придонными и верхними слоями воды). Величину ускорения $a_r = r_t''$ оценим как r_0/τ_2^2 , где τ_2 — искомое время схлопывания пузырька. Тогда

$$\rho_b \frac{r_0^2}{\tau_2^2} \sim \Delta P,$$

откуда

$$\tau_2 \sim r_0 \sqrt{\frac{\rho_b}{\Delta P}}. \quad (12.2)$$

Таблица 12.1: Зависимость давления насыщающих паров от температуры

Temperatura, °C	96.18	99.1	99.6	99.9	100	101	110.8
Давление, кПа	88.26	98.07	100	101	101.3	105	147

Вблизи $T_k = 100$ °С давление насыщенного пара падает примерно на $3 \cdot 10^3$ Па при понижении температуры на 1 °С (см. таблицу 12.1). Поэтому для оценки можно принять $\Delta P \sim 10^3$ Па, после чего соответствующее

время схлопывания пузырька составит $\tau_2 \sim 10^{-3}$ с, а характерная частота возникающего при этом шума $\nu_2 \sim \tau_2^{-1} \sim 10^3$ Гц. Этот результат уже больше похож на правду, чем предыдущий¹.

Еще одним доводом в пользу такого происхождения шума служит тот факт, что по мере повышения температуры воды частота характерного высокочастотного шума постепенно понижается в согласии с (12.2). Непосредственно перед кипением пузырьки пара перестают схлопываться даже в верхних слоях воды. Тогда единственным механизмом возбуждения звука оказывается рассмотренный выше отрыв пузырьков от дна — частота «пения» чайника заметно понижается. После закипания воды «голос» чайника может снова измениться (особенно если открыть крышку) — это булькают пузыри, лопаясь уже непосредственно на поверхности воды. Здесь оказывается важной и степень заполненности чайника, и его форма².

Таким образом, мы приходим к выводу, что шум чайника перед его закипанием связан с рождением на горячем дне, отрыве от дна и гибелью в верхних еще не достаточно прогретых слоях воды пузырьков пара. Эти процессы очень интересно наблюдать непосредственно при нагревании воды в стеклянном чайнике с прозрачными стенками. Однако не будем обольщаться, что мы заинтересовались и разобрались в этом вопросе первыми. Еще в XVIII веке шотландский ученый Джозеф Блэк³ изучал «пение» нагретых сосудов и установил, «что в этом пении участвует дuet: поднимающиеся пузырьки нагретого воздуха и вибрация стенок сосуда».

И вот, как и ожидалось, первым закипает чайник под закрытой крышкой. Об этом нас извещает вырывающаяся из его носика струя пара. А какова ее скорость?

Эту задачу нетрудно решить, если заметить, что в установившемся процессе кипения практически вся подводимая к чайнику энергия нагревателя расходуется на испарение воды. Филателисты знают, что, когда нужно отпарить марку от конверта, воду наливают лишь на дно чайника, чтобы весь образующийся пар выходил через носик. Будем считать, что и в нашем случае носик свободен и пар выходит наружу только через него. Пусть в результате подвода энергии за время Δt испарится масса воды ΔM . Ее можно определить из уравнения $\lambda \Delta M = W \Delta t$, где λ — удельная

¹ В соответствии с Рис. 12.3 скачок температуры (а, значит, и соответствующие ему разность давлений ΔP и частота ν) могут быть на целый порядок выше. (Прим. ред.)

² Ещё одним аргументом в пользу предложенного механизма служит то, что в газированной воде пузырьки звучат по-другому. В отличие от кипятка они наполнены углекислым газом и не могут схлопнуться. (Прим. ред.)

³ Дж. Блэк (1728–1799) — шотландский физик и химик; первый указал на различие между теплом и температурой; ввел понятие теплоемкости.

теплота парообразования, а W — мощность нагревателя. За это же время Δt образовавшаяся масса пара должна покинуть чайник через носик — иначе пар стал бы накапливаться под крышкой. Если площадь выходного отверстия носика s , плотность пара под крышкой чайника $\rho_{\text{п}}(T_{\text{k}})$, а искомая скорость v , то можно записать равенство

$$\Delta M = \rho_{\text{п}} s v \Delta t.$$

Плотность насыщенного пара при $T_{\text{k}} = 373$ К можно взять из таблицы ($\rho_{\text{п}}(T_{\text{k}}) = 0,6$ кг/м³), или, если таблицы нет под рукой, оценить из уравнения Менделеева — Клапейрона¹:

$$\rho_{\text{п}}(T_{\text{k}}) = \frac{P_{\text{п}}(T_{\text{k}}) \mu_{H_2O}}{R T_{\text{k}}} \approx 0,6 \text{ кг/м}^3.$$

Таким образом, для скорости вытекания пара из носика получаем окончательно

$$v = \frac{W R T_{\text{k}}}{\lambda P_{\text{п}}(T_{\text{k}}) \mu_{H_2O} s}.$$

Подставляя сюда для оценки $W = 500$ Вт, $s = 2$ см², $\lambda = 2,26 \times 10^6$ Дж/кг, $P_{\text{п}}(T_{\text{k}}) = 10^5$ Па, находим, что $v \approx 1$ м/с.

И вот, наконец-то, закипает чайник с открытой крышкой. Он заметно отстал от первого. Кстати, снимать с плиты его следует с осторожностью — если просто схватиться за ручку, то можно обжечься паром. А что обжигает сильнее — пар или кипяток? Прежде чем ответить на этот вопрос, следует его уточнить: что сильнее обжигает — определенная масса кипятка или такая же масса пара? Обратимся снова к оценкам.

Пусть объем, занятый насыщенным стоградусным паром под крышкой чайника, составляет $V_1 = 1$ л и, скажем, одна десятая его часть при открывании сконденсируется на руке. Как мы уже выяснили, плотность пара при $T_{\text{k}} = 100$ °С составляет 0,6 кг/м³. Поэтому на руке окажется около $m_{\text{п}} \approx 0,06$ г пара. При конденсации и последующем охлаждении от 100 °С до комнатной температуры T_0 будет выделено количество теплоты $\Delta Q_{\text{п}} = \lambda m_{\text{п}} + c m_{\text{п}}(T_{\text{k}} - T_0)$. Легко убедиться, что для того же теплового воздействия понадобится почти в десять раз большая масса кипятка.

¹Выражение для плотности газа ρ можно получить из уравнения состояния идеального газа $P V = \frac{m}{\mu} R T$, где P , T , и m — это соответственно давление, температура и масса газа заключенного в объеме V . Перегруппировав члены легко получить, что

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{P \mu}{R T},$$

где μ — молекулярный вес газа, и R — универсальная газовая постоянная.

Кроме того, при ожоге паром значительно большей оказывается площадь поражения. Таким образом, пар обжигает сильнее кипятка, в первую очередь из-за выделяющегося при конденсации значительного тепла.

Но мы отвлеклись от обсуждения результата нашего опыта с двумя чайниками. Почему же все-таки отстал чайник с открытой крышкой? Разберемся в этом подробнее. Ответ почти очевиден: в процессе нагревания воды в открытом чайнике наиболее быстрые ее молекулы имеют возможность беспрепятственно покидать чайник, унося с собой таким образом энергию и как бы эффективно охлаждая этим оставшуюся в чайнике воду (этот процесс есть ни что иное, как испарение). Поэтому нагревателью в этом случае приходится не только довести воду в чайнике до кипения, но и часть ее испарить в процессе нагревания. Понятно, что на это уходит большее количество энергии (а следовательно, и времени), чем при кипячении воды в закрытом чайнике, где вырвавшиеся из воды «быстрые» молекулы очень скоро образуют в замкнутом пространстве под крышкой насыщенный пар и, возвращаясь в воду, отдают свою избыточную энергию обратно. Однако имеют место и два эффекта, противоположных рассмотренному. Во-первых, в процессе испарения несколько уменьшается масса воды, которую следует доводить до кипения. Во-вторых, кипение в открытом чайнике при нормальном атмосферном давлении наступает при температуре 100 °С. В закрытом же чайнике, если он налит так, что пары не могут выходить через носик, из-за интенсивного испарения перед кипением давление у поверхности повышается, поскольку оно теперь определяется суммой парциальных давлений находящегося под крышкой небольшого количества воздуха и самих водяных паров. С ростом внешнего давления должна стать и более высокой температура кипения воды, так как она определяется условием равенства давления насыщенного пара в зарождающемся в жидкости пузырьке внешнему давлению. Как же быть? Какому из эффектов отдать предпочтение?

В случае, когда возникают подобного рода сомнения, на помощь следует призвать точный расчет, или, по крайней мере, оценку порядков величин обсуждаемых эффектов. Вначале оценим массу воды, которая испаряется из открытого чайника в процессе доведения его до кипения.

Молекулы в жидкости достаточно сильно взаимодействуют друг с другом. Однако если в кристалле потенциальная энергия взаимодействия значительно превышает кинетическую энергию движения атомов или молекул, а в газе, наоборот, кинетическая энергия хаотического движения значительно превосходит потенциальную энергию взаимодействия молекул, то в жидкости эти величины оказываются одного порядка. Поэтому молекулы жидкости совершают тепловые колебания около некоторых положений равновесия, изредка «перепрыгивая» в другие. «Изредка» — по сравнению

с периодом колебаний около положения равновесия. В привычном же нам масштабе времени очень даже часто — за одну секунду молекула в жидкости может менять свое положение равновесия миллиарды раз! Однако далеко не каждая молекула в процессе своих перескоков, даже находясь у поверхности, может вырваться на свободу. Для преодоления сил взаимодействия ей необходимо иметь возможность совершить некоторую работу. Можно сказать, что потенциальная энергия молекулы в жидкости меньше ее потенциальной энергии в паре на величину, равную теплоте испарения, отнесенной к одной молекуле. Если λ — удельная теплота испарения, то молярная теплота испарения равна $\mu \lambda$, а теплота испарения, приходящаяся на одну молекулу, составит $U_0 = \mu \lambda / N_A$ (N_A — число Авогадро). Эту «работу выхода» молекула может совершать только за счет своей кинетической энергии теплового движения. Однако соответствующая величина средней кинетической энергии $E_k \approx kT$ ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К) оказывается значительно меньшей U_0 . И все же согласно законам молекулярной физики в жидкости всегда существует некоторое количество столь высокоэнергетичных молекул, что они в состоянии преодолеть силы притяжения и вырваться за пределы жидкости. Их число в единице объема определяется выражением

$$n = n_0 e^{-U_0/kT}, \quad (12.3)$$

где n_0 — начальная концентрация молекул, $e = 2,7182\dots$ — основание натуральных логарифмов, а $k = R/N_A$ — постоянная Больцмана¹.

Ну, а теперь забудем о перепрыгиваниях молекул жидкости с места на место, а будем представлять себе высокоэнергетичные молекулы как некоторый газ. Тогда за малое время Δt через участок поверхности площади S смогут вырваться высокоэнергетичные молекулы из объема $\Delta V \sim S \bar{v} \Delta t$ (для оценки мы считаем, что $1/6$ часть всех этих молекул приближается к поверхности со скоростью $\bar{v} = \sqrt{2U_0/m_0}$). Воспользовавшись выражением (12.3), для скорости испарения находим

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} \sim \frac{n(S \bar{v} \Delta t)}{\Delta t} \sim S n_0 \sqrt{\frac{U_0}{m_0}} e^{-U_0/kT}.$$

Уносимая при этом из жидкости масса в единицу времени составляет

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} \sim m_0 \frac{\Delta N}{\Delta t} \sim m_0 S n_0 \sqrt{\frac{U_0}{m_0}} e^{-U_0/kT}.$$

¹Л. Больцман (1844–1906) — австрийский физик, один из основателей классической статистической физики.

Эту величину нам будет удобнее пересчитать для массы воды, уносимой из чайника при его нагревании на 1 К. Для этого воспользуемся законом сохранения энергии. За время Δt чайник получает от конфорки количество теплоты $\Delta Q = W \Delta t$ (W — полезная мощность конфорки). При этом температура воды повышается на ΔT , так что

$$W \Delta t = c M \Delta T$$

где c и M — удельная теплоемкость и масса воды в чайнике соответственно (теплоемкостью самого чайника мы пренебрегаем). Подставляя в формулу для скорости испарения $\Delta t = c M \Delta T / W$, находим, что

$$\frac{\Delta m}{\Delta T} = \frac{\rho c S M}{W} \sqrt{\frac{\lambda \mu_{H_2O}}{N_A m_0}} e^{-\frac{\lambda \mu_{H_2O}}{N_A k T}} = \frac{\rho c S M \sqrt{\lambda}}{W} \cdot e^{-\frac{\lambda \mu_{H_2O}}{R T}}.$$

При нагревании чайника температура меняется от комнатной до 373 К. Принимая во внимание, что основная потеря массы происходит при достаточно высоких температурах, подставим в экспоненту некоторую среднюю температуру $\bar{T} = 350$ К. Для остальных величин примем $\Delta T = T_k - T_0 = 80$ К, $S \approx 10^{-3}$ м², $\rho \approx 10^3$ кг/м³, $\mu_{H_2O} = 0,018$ кг/моль, $c = 4,19 \cdot 10^3$ Дж/кг, после чего находим, что

$$\frac{\Delta m}{M} \approx \frac{\rho c S}{W} \sqrt{\lambda} e^{-\frac{\lambda \mu_{H_2O}}{R T}} (T_k - T_0) \approx 3\%.$$

Таким образом, в процессе нагревания чайника без крышки до температуры кипения его покидает несколько процентов всей массы воды. Испарение всей этой массы воды идет за счет нагревателя и, естественно, удлиняет процесс закипания открытого чайника. Чтобы понять, насколько, достаточно заметить, что такое испарение для нагревателя эквивалентно доведению до кипения 1/4 всей массы воды в чайнике (убедитесь в этом сами).

Теперь перейдем к рассмотрению эффектов, замедляющих закипание закрытого крышкой чайника. О первом из них — неизменности массы в процессе нагревания — говорить нечего. Только что было показано, что выкипание 3 % массы эквивалентно нагреву 25 % массы, так что необходимостью нагрева этих 3 % в закрытом чайнике можно пренебречь.

Второй эффект — повышение давления под закрытой крышкой — также не может составить конкуренции выкипанию воды из открытого чайника. Действительно, если даже чайник залит полностью (пар не может выходить через носик), то избыточное, по сравнению с атмосферным, давление не может превысить веса крышки, отнесенного к его площади (в

противном случае крышка начнет подпрыгивать, выпуская пар). Принимая, что $m_{\text{кр}} = 0,3$ кг, а ее площадь $\sim 100 \text{ см}^2$, получим

$$\Delta P \leq \frac{m_{\text{кр}} g}{S} \approx \frac{3 \text{ Н}}{10^{-2} \text{ м}^2} = 3 \cdot 10^2 \text{ Па.}$$

Заглянув еще раз в приведенную выше таблицу, видим, что такое повышение давления сдвинет температуру кипения не более чем на $\delta T_k \approx 0,1$ °С. Соответственно на доведение чайника до кипения придется затратить дополнительно количество теплоты $\delta Q = cM\delta T_k$. Сравнивая величины $cM\delta T_k$ и $\lambda\Delta M$, видим, что неравенство $\lambda\Delta M \gg cM\delta T_k$ выполняется с запасом в 200 : 1. Таким образом, и повышение температуры кипения в чайнике, прикрытом крышкой и налитом доверху, не может все-рьез противостоять испарению воды с открытой поверхности в чайнике без крышки.

На описанном принципе повышения давления при нагревании воды в замкнутом объеме устроена кастрюля-скороварка. В ней вместо носика сделано маленькое отверстие предохранительного клапана, которое открывается только начиная с некоторого давления, в остальном же она герметична. В результате испарения жидкости в замкнутый объем давление в кастрюле повышается примерно до $1,4 \cdot 10^5$ Па, когда срабатывает клапан, и температура кипения, согласно уже цитированной таблице, сдвигается до $T_k^* = 108$ °С. Это позволяет готовить пищу гораздо быстрее, чем в обыкновенной кастрюле. Однако после снятия с плиты открывать скороварку следует с большой осторожностью: после разгерметизации давление падает и жидкость в ней оказывается заметно перегретой. Поэтому масса жидкости δm такая, что $\lambda\delta m = cM(T_k^* - T_k)$, взрывным образом испаряется и может сильно обжечь. Жидкость при этом вскипает сразу во всем объеме кастрюли.

Кстати, стоит заметить, что высоко в горах, где атмосферное давление низкое, в обычной кастрюле вообще не удается сварить мясо, поскольку температура кипения воды там может понизиться вплоть до 70 °С (на вершине Эвереста давление составляет $P_{8848} = 3,5 \cdot 10^4$ Па). Поэтому альпинисты часто берут с собой на восхождение скороварку. Кроме возможности достичь в ней более высокой температуры, скороварка также экономит топливо, что частично компенсирует ее вес в рюкзаке.

Но мы заговорились, а чайники на плите исходят паром. Сняв чайник с закрытой крышкой с плиты, вы видите, что кипеть он прекращает не сразу — некоторое время из его носика еще вырывается струя пара. Какая же часть воды выкипает после снятия чайника с плиты и за какое время?

Для того чтобы ответить на эти вопросы, обратимся к рис. 12.3, на котором показано распределение температуры воды по высоте при кипении

ее в сосуде, к которому через дно подводится тепло. Из рисунка видно, что тонкий придонный слой воды толщиной около 5 мм сильно перегрет — на его протяжении температура падает от $T_d = 110^\circ\text{C}$ до $T_m = 100,5^\circ\text{C}$ (T_d — температура дна чайника). Температура остальной массы воды в чайнике (мы предполагаем уровень воды $H = 10$ см), согласно графику, составляет около $100,5^\circ\text{C}$, а у свободной поверхности жидкости происходит скачок температуры на $\Delta T = 0,4^\circ\text{C}$.

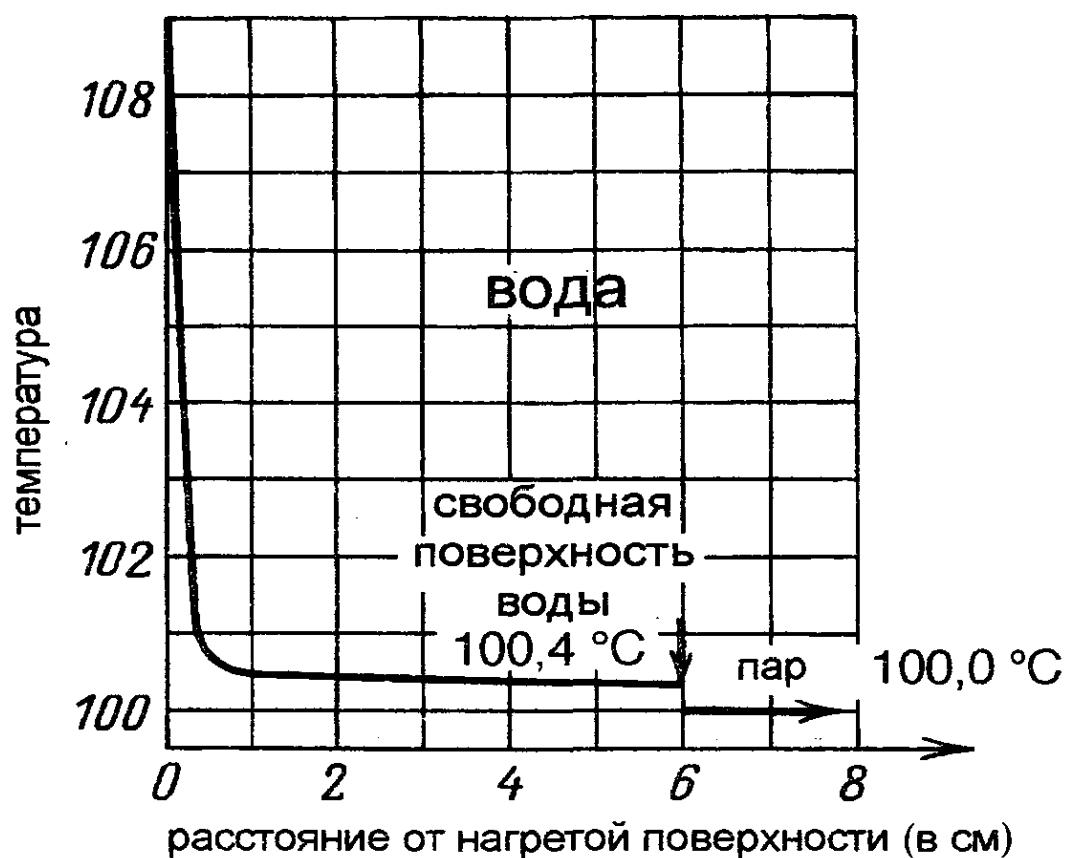


Рис. 12.3: Температура около дна кипящего чайника гораздо выше, чем у основной массы воды.

Таким образом, после прекращения подачи тепла в массе воды запасено избыточное относительно равновесного количество теплоты

$$\Delta Q \cong c \rho S \Delta H \left(\frac{T_d - T_m}{2} \right) + c \rho S (H - \Delta H) \Delta T,$$

где S — площадь дна чайника (который мы предполагаем цилиндрической формы). Кроме того, перегрето и дно чайника; однако нетрудно убедиться, что этим эффектом можно пренебречь ввиду большой теплоемкости воды.

Избыточное количество тепла ΔQ пойдет на испарение слоя жидкости δH , масса которого δm может быть найдена из уравнения теплового баланса

$$\lambda \delta m = \rho S \delta H \lambda = S \rho c \left[\Delta H \left(\frac{T_d - T_m}{2} \right) + \left(1 - \frac{\Delta H}{H} \right) \Delta T \right],$$

откуда для δH имеем

$$\frac{\delta H}{H} = \frac{c}{\lambda} \left[\frac{\Delta H}{H} \left(\frac{T_d - T_m}{2} \right) + (H - \Delta H) \Delta T \right] \approx 2 \cdot 10^{-3}.$$

Таким образом, после снятия с плиты из чайника выкипит еще около 0,2 % его содержимого.

Характерное время выкипания полного чайника с массой воды M (скажем, 2 кг) на плите с полезной мощностью $W = 1$ кВт составляет

$$\tau = \frac{\lambda M}{W} \approx 5 \cdot 10^3 \text{ с.}$$

Соответственно 0,2 % его массы выкипит за время порядка 10 с (если предполагать, что скорость испарения по порядку величины не меняется по сравнению со стационарным режимом).

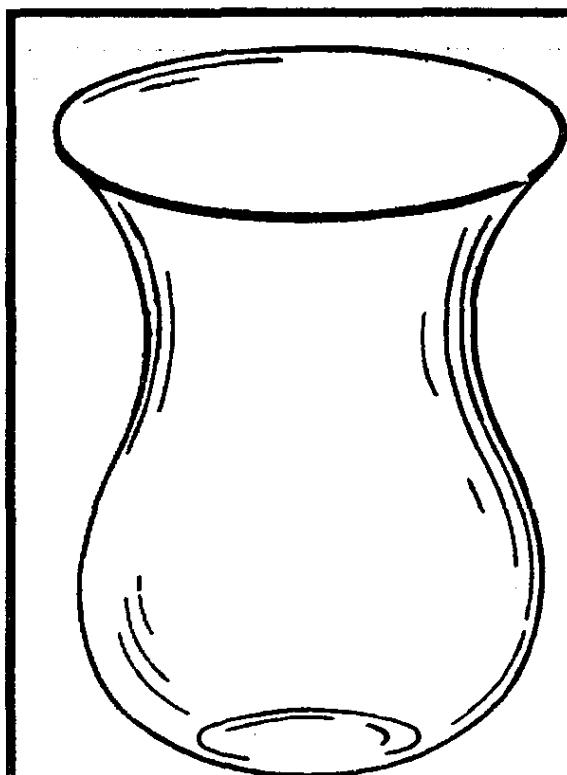
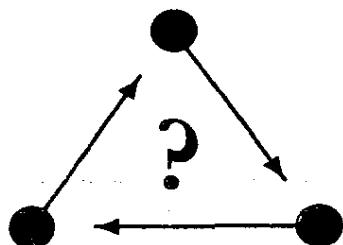


Рис. 12.4: В Азербайджане чай пьют из специальных стаканов — армуди (по-русски “армуди” — это “груша”).

Пока мы рассуждали, пришло время разливать чай. Кстати, восточные народы пьют его обычно из пиал. Пиалы, по-видимому, ввели в употребление кочевники — их форма очень удобна при упаковке, они занимают мало места и прочны. Кроме того, они имеют еще одно существенное преимущество перед обычным стаканом. Форма пиалы такова, что верхний слой налитой в нее жидкости, благодаря большому зеркалу поверхности, остывает быстрее, чем в стакане, и его можно пить не обжигаясь. В то же время нижний слой, до которого черед дойдет позже, долго остается горячим. В Азербайджане существует еще более своеобразный сосуд для питья чая — армуди (см. рис. 12.4). В нем также большое зеркало поверхности сочетается с минимальной поверхностью хранилища горячего чая (нижняя часть сосуда). Старинные фарфоровые чашки также всегда изготавливались с большим зеркалом поверхности. А стаканы как сосуды для питья чая вошли в обиход в XIX веке в связи с дороговизной фарфоровых чашек. Эти произведения декоративного искусства уступались женщинам, а мужчины пили чай из стеклянных стаканов, которые постепенно обзавелись серебряными подстаканниками с вензелем хозяина.



В заключение подумайте, хороши ли с физической точки зрения серебро и алюминий в качестве материалов для изготовления подстаканников? Каким требованиям должен в первую очередь удовлетворять материал, из которого изготавливается подстаканник?

Глава 13

Можно ли зажарить мамонта в микроволновой печи?

Да, было, было!.. Помнят московские старожилы знаменитого Грибоедова! Что отварные порционные судачки! А стерлядь, стерлядь в серебристой кастрюльке, стерлядь кусками, переложенными раковыми шейками и свежей икрой? А яйца-кокотт с шампиньоновым пюре в чашечках? А филейчики из дроздов вам не нравились? С трюфелями? Перепела по-генуэзски?

М. Булгаков

Мастер и Маргарита

День, в который неандерталец научился добывать огонь, можно принять за начало эры ЧЕЛОВЕКА, окончательно порвавшего со своим обезьяням прошлым. Огонь дал ему возможность обрабатывать металлы, создать автомобиль и полететь в космос, но главное — прекратить есть сырое мясо. Хорошо прожаренный бифштекс может служить символом цивилизации наряду с моделью атома.

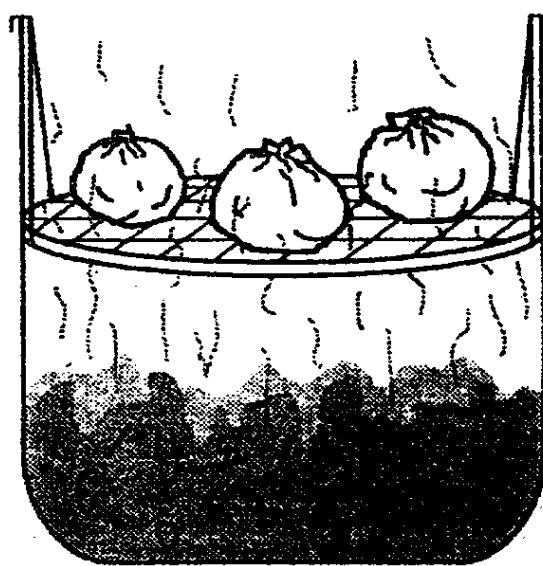
Вместе с развитием цивилизации изменялись и способы приготовления пищи. Так, лесной костер с жарящимся мамонтом¹ последовательно сменили домашний очаг, дровяная, угольная, газовая печи, керогаз, примус, газовая и электрическая плиты, гриль...

На протяжении тысячелетий изменялась форма воздействия огня на пищу, однако физическая суть его оставалась почти неизменной: тепловая

¹Подумайте, можно ли зажарить мамонта на костре? Перечитайте роман Майна Рида «Охотники за растениями», где рассказывается о способе приготовления африканскими туземцами слоновых ног целиком.

обработка происходила либо за счет прогрева пищи путем непосредственной теплопередачи (возможно с привлечением конвекции), либо посредством инфракрасного облучения. Примером первого механизма является, скажем, приготовление мантов или диетических тефтелей в кастрюле специальной конструкции (рис. 13.1), где они прогреваются паром, исходящим от кипящей внизу воды. При варке супа к прямой теплопередаче от дна кастрюли примешивается и механизм конвекционного переноса тепла от нижних слоев к верхним при их перемешивании. Противоположным примером, когда разогрев пищи происходит главным образом за счет инфракрасного облучения, может служить современный гриль или жарка шашлыка на углях.

Рис. 13.1: Котел для варки мантов на пару.



Совершенствование «очага» (так мы будем называть источник тепла для приготовления пищи) существенно изменило кулинарные рецепты. Появились все новые возможности изготовления весьма замысловатых блюд. Справедливости ради следует отметить, что наряду с увеличивающимся разнообразием кулинарных возможностей, по мере трансформации очага некоторые блюда, к сожалению, уходят со стола человечества, либо забываясь, либо уступая место эрзацу. Так, настоящую неаполитанскую пиццу можно испечь при минимуме ингредиентов всего за несколько минут, но лишь в раскаленной специальной дровяной печи. Поэтому сохранившиеся старинные пиццерии гордятся своим «forno» (так называется по-итальянски печь), где весь процесс приготовления происходит у вас на глазах. *Pizzaiolo* виртуозно «валяет» пиццу, сажает ее деревянной лопатой в печь, мгновение — и она уже аппетитно пузырится кипящим сыром перед

вами, призывая быть немедленно съеденной и запитой хорошим пивом¹. Если же вы случайно забредете в современную пиццерию с роскошным интерьером, зеркалами, но без дровяной печи — не поддавайтесь уговорам, уйдите тут же: лучше остаться без обеда, чем есть тот суррогат, который вам здесь подадут.



Рис. 13.2: Альфонсо, знаменитый неаполитанский пиццийоло, (справа) учит своего друга Андрея Варламова (слева) печь пиццу в "правильной" дровяной печи.

Однако мы отвлеклись от первоначального предмета повествования. Вернемся же, но пока не в кухню, а... на лекцию по истории металлургии. Там вы узнаете, что способы плавления металла менялись едва ли не чаще, чем способы приготовления пищи. Так, в частности, после открытия Фарадеем² закона электромагнитной индукции был изобретен метод электроплавки. Суть его вкратце такова: кусок металла помещается в сильное и быстроменяющееся магнитное поле. Металл является проводником, поэтому возникающая при изменении магнитного поля ЭДС индукции

$$\mathcal{E} = -(d\Phi/dt) \quad (13.1)$$

¹ В Неаполе пиццу запивают только пивом.

² М. Фарадей (1791–1867) — гениальный самоучка, английский физик и химик, установил связь между электричеством и магнетизмом, открыл закон электромагнитной индукции; первым ввел в физику понятие поля; в 1821 году создал лабораторную модель электродвигателя.

(здесь Φ — магнитный поток, пронизывающий образец) приводит к появлению вихревых индукционных токов, или, как их еще называют, токов Фуко. Вихревыми они называются потому, что линии тока, повторяя линии индукционного электрического поля, замкнуты. Протекание индукционного тока, как и обычного, вызываемого приложенным электрическим полем, сопровождается выделением Джоулева¹ тепла. Если при этом ЭДС индукции достаточно велика (велики амплитуда и частота изменения магнитного поля), то тепловыделения может оказаться достаточно для плавления металла. Электроплавильные печи широко используются для выплавки высоколегированных сталей, в космической металлургии и т. д.

Вот мы и оказались вблизи предмета нашего повествования. Отойдем от космической электроплавильной печи и заглянем в кухонный отсек космического корабля. Здесь мы обнаружим очаг, тип которого совсем не вписывается в длинный ряд поименованных выше: эта печь скорее напоминает электроплавильную, чем привычный атрибут кухни, — для прогрева пищи здесь используется сверхвысокочастотное электромагнитное излучение.

Еще в 60-е годы, когда космонавты стали задерживаться на орбите все дольше и дольше, питание из тюбиков перестало их удовлетворять. В то же время и примус с собой в космос брать было невозможно. На то было несколько причин: во-первых, кислород, который непосредственно участвует в горении, в космическом корабле на вес золота, во-вторых, невесомость может не дать воспользоваться рецептами Елены Молоховец — автора знаменитой русской кулинарной книги «Советы молодым хозяйствам». (Подумайте, как повлияет невесомость на возможность приготовления на примусе обыкновенного супа. Какие еще трудности вы видите для космической кулинарии?)

Выход был найден в использовании кухонного аналога электроплавильной печи. Действительно, почти все потребляемые человеком продукты в значительной степени состоят из воды, которая, являясь электролитом, хоть и не очень хорошо, но ток проводит². Поэтому помещая, скажем, кусок мяса в переменное электромагнитное поле, в нем, как и в металле, можно индуцировать токи Фуко, протекание которых приведет к преобразованию энергии электромагнитного поля в джоулево тепло и, следовательно, к тепловой обработке мяса.

Хорошо известным вам примером переменного во времени и пространстве электромагнитного поля является электромагнитная волна. Но вполне

¹ Дж. П. Джоуль (1818–89) — английский физик, специалист по термо- и электродинамике, один из первооткрывателей закона сохранения энергии.

² Растворенные в воде соли значительно улучшают ее проводимость. Как известно, кровь содержит 0,9 % Na Cl. Вспомните вкус порезанного пальца.

понятно, что не всякой электромагнитной волной удастся зажарить отбивную. Так, если упорно светить на нее карманным фонариком, то можно остаться голодным. Поэтому должны быть выполнены некоторые специальные условия.

Прежде всего, поле должно быть достаточно интенсивным. Например, подошло бы поле следящего за самолетами радара. (Рассказывают, что птицы, попадающие в зону действия сверхмощных радаров, падают замертво, причем не обгоревшими, а как бы сварившимися. Почти как у барона Мюнхгаузена.) Но это поле для безопасности следовало бы куда-то «запереть», ограничить в объеме и сделать неподвижным.

«Ящиками» для волн служат резонаторы. Для звуковых волн это может действительно быть деревянный ящик. Например, скрипичный корпус — это типичный резонатор. В нем после внешнего возбуждения сравнительно долго могут существовать стоячие звуковые волны. Струны и смычок играют здесь роль источника звуковых волн.

Точно так же можно «запереть» и электромагнитное поле, но ящик должен быть металлическим, а на его длине должно укладываться целое число длин полуволн запертого излучения¹. Возбуждая в таком ящике электромагнитные колебания нужной частоты (с помощью чего-то вроде микрорадара), мы получаем резонатор со стоячей электромагнитной волной, узлы которой (точки волны, в которых амплитуда колебаний равна нулю) расположены на его стенках. Именно таким резонатором, совмещенным с миниатюрными излучателями — «радарами», и является микроволновая, или, как ее еще называют, СВЧ-печь (СВЧ — сверхвысокочастотное излучение). Поскольку размер этого прибора составляет несколько десятков сантиметров, то эта величина сразу же определяет нам порядок максимальной длины волн используемого излучения. Правильность этой оценки легко проверить, взглянув на заднюю стенку микроволновой печи: вы увидите, что стандартная частота составляет $\nu = 2150$ МГц, что соответствует длине волны $\lambda = c/\nu \approx 14$ см.

Продолжим изучение свойств микроволновой печи путем эксперимента, который автор проделывал сам. Возьмем из морозильника увесистый кусок замороженного мяса, посолим и поперчим его, а затем в специальной посуде (о ней речь впереди) поместим в печь и включим ее. Вначале ничего, кроме мерного гудения вентилятора, как кажется, не происходит. Однако с течением времени через прозрачную дверцу вы можете заметить, как мясо все больше зажаривается и минут через тридцать кажется совсем готовым. Достанем его и разрежем. Может статься, что внутри куска мы

¹Последнему требованию должны удовлетворять также и акустические резонаторы. (Прим. ред.)

обнаружим область не только сырую, но даже еще не разморозившуюся. Как объяснить этот феномен?

Первое, простейшее, предположение может быть основано на уже упомянутом неравномерном распределении электромагнитного поля внутри печи. Действительно, размер камеры составляет величину порядка 30 см, а длина волны, как мы убедились выше, примерно 14 см. Учитывая, что на стенки должны приходиться узлы стоячей волны, мы видим, что в объеме имеется как минимум три узла, где интенсивность поля равна нулю. Поскольку волна стоячая, то положение этих узлов неизменно в пространстве, и кусок непрожаренного мяса мог бы как раз оказаться в одном из них. Однако в современных СВЧ-печах эту трудность решают простым медленным вращением столика с готовящимся блюдом внутри камеры, что приводит к усреднению действия СВЧ-поля по его объему. Так что, казалось бы, загрузив тушу найденного в леднике мамонта на столик размером с карусель и поместив в соответствующего размера СВЧ-печь, можно было бы через некоторое время попробовать хорошо пропечченное жаркое из мамонтятини.

Однако имеется другое, гораздо более важное и непреодолимое, препятствие, которое стоит на пути к готовности нашего блюда. Имя ему — скрин-эффект (по-английски *skin* — это кожа). Так называют известное свойство высокочастотных токов протекать лишь в поверхностном слое проводника. Поскольку частота электромагнитной волны в СВЧ-печи весьма высока, то скрин-эффект может играть здесь существенную роль, и электромагнитное поле, затухая вглубь большого куска мяса, просто не донесет в его середину достаточно энергии, чтобы ее прожарить.

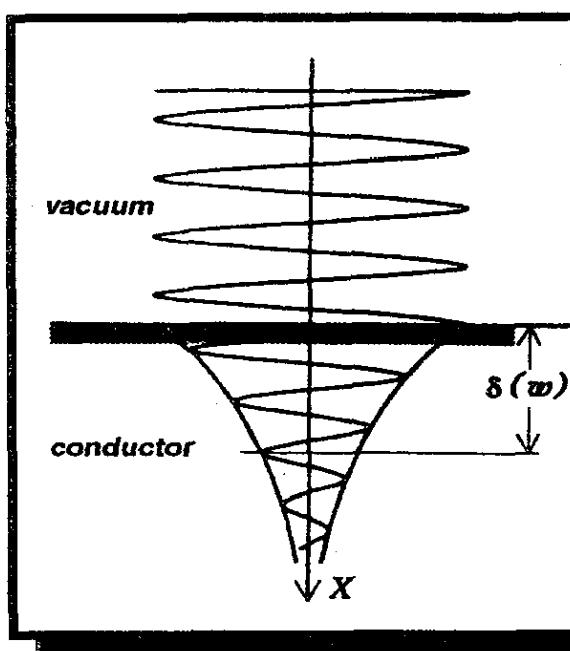


Рис. 13.3: Скин-эффект:
затухание
электромагнитных волн в
проводящей среде.

Для того чтобы проверить это предположение, давайте обсудим явление скин-эффекта подробнее и попытаемся оценить эффективную глубину проникновения поля в проводник и выяснить, как она зависит от частоты и от свойств проводника. Эта задача может быть легко решена с помощью дифференциальных уравнений электромагнитного поля (уравнений Максвелла¹), однако подобное рассмотрение выходит за рамки школьной программы, и мы ограничимся здесь качественными оценками.

Начнем с постановки задачи. Пусть электромагнитная волна частотой ω нормально падает на плоскую границу проводника (рис. 13.3). Попадая в проводник, волна начинает затухать по амплитуде, ибо ее электрическое поле приводит в движение свободные электроны, возникают токи, энергия волны расходуется на джоулевы потери. Можно показать, что затухание волны происходит по распространенному в природе экспоненциальному закону (вспомните, например, закон радиоактивного распада)

$$E(x) = E(0) e^{-x/\delta(\omega)} \quad (13.2)$$

Здесь $e = 2,71\dots$ — основание натуральных логарифмов, $E(0)$ — амплитуда электрического поля волны на поверхности проводника, $E(x)$ — амплитуда волны на глубине x , $\delta(\omega)$ — эффективная глубина проникновения поля (длина, на которой поле ослабевает в e раз).

Для того чтобы найти явное выражение для $\delta(\omega)$, воспользуемся методом размерностей. Понятно, что глубина проникновения должна зависеть от частоты — ведь постоянный ток ($\omega = 0$) течет по всему сечению проводника, т. е. при низких частотах скин-эффект выражен очень слабо ($\delta \rightarrow \infty$) и должен становиться сильнее с увеличением частоты. Естественно предположить (как это обычно делается в методе размерностей), что глубина проникновения зависит от ω степенным образом:

$$\delta(\omega) \sim \omega^\alpha,$$

причем следует ожидать, что α окажется отрицательным.

Очевидно также, что глубина проникновения должна зависеть от проводящих свойств образца, которые задают с помощью удельного сопротивления ρ (или удельной проводимости $\sigma = 1/\rho$) вещества. В самом деле, энергия электромагнитной волны при скин-эффекте преобразуется в тепло, а мощность джулевых потерь в единице объема имеет вид

$$P/V = jE = E^2/\rho = \sigma E^2,$$

¹Дж. К. Максвелл (1831–1879) — шотландский физик, специалист по статистической физике, электро- и термодинамике, оптике и др. Создал теорию электромагнитного поля. Основатель знаменитой Кавендишской лаборатории.

где E — напряженность поля в данной точке проводнике. (Выполните эту формулу сами. Напомним, что закон Ома¹ в дифференциальной форме имеет вид $j = \sigma E$.) Чем эффективнее рассеивается энергия волны, тем быстрее должна убывать ее амплитуда. Поэтому глубина проникновения волны должна зависеть от удельной проводимости среды:

$$\delta \sim \sigma^\beta,$$

причем следует ожидать, что β , как и α , окажется отрицательным.

Наконец, следует отметить, что уравнения электромагнетизма, записанные в системе единиц СИ, содержат размерную магнитную постоянную $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Эта постоянная входит в формулу для магнитной индукции, создаваемой током в окружающем пространстве, аналогично тому, как электрическая постоянная ϵ_0 входит в известную вам формулу для электрического поля точечного заряда. Предполагая, что глубина проникновения является комбинацией только перечисленных трех величин²:

$$\delta \sim \omega^\alpha \cdot \sigma^\beta \cdot \mu_0^\gamma \quad (13.3)$$

определим показатели α , β и γ , сравнивая размерности правой и левой частей этого уравнения. Для этого выпишем размерности всех входящих в (3) величин:

$$[\delta] = \text{м}, \quad [\omega] = \text{с}^{-1}, \quad [\sigma] = \text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}, \quad [\mu_0] = \text{Гн} \cdot \text{м}^{-1}.$$

Заметим, что поскольку Генри есть единица индуктивности, то благодаря соотношению

$$\mathcal{E} = -L(\Delta I / \Delta t),$$

ее можно представить в виде

$$\text{Гн} = \text{В} \cdot \text{с} / \text{А} = \text{Ом} \cdot \text{с},$$

т.е.

$$[\mu_0] = \text{Ом} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-1}.$$

Приравняем размерности правой и левой частей уравнения (13.3):

$$\text{м} = (\text{с})^{-\alpha} (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-\beta} (\text{Ом} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-1})^\gamma$$

¹Г. С. Ом (1787-1854) — немецкий физик; автор трудов по электричеству, акустике, кристаллооптике.

²Это предположение эквивалентно тому, что мы пренебрегаем так называемым током смещения, т. е. считаем, что магнитное поле создается только реальными токами, и не учитываем переменное электрическое поле. В противном случае в ответ будет входить еще и электрическая постоянная ϵ_0 . При рассматриваемых частотах это предположение выполняется с большой точностью. (Прим. ред. «Кванта»)

или

$$M^1 = (O_M)^{\gamma-\beta} \cdot c^{\gamma-\alpha} \cdot M^{-\gamma-\beta}.$$

В результате получаем три уравнения

$$\begin{cases} \gamma - \beta = 0, \\ \gamma - \alpha = 0, \\ -\gamma - \beta = 1, \end{cases}$$

решая которые, находим $\alpha = \beta = \gamma = -1/2$. Уравнение (13.3) принимает вид

$$\delta \sim \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \omega \sigma}}.$$

Отметим, что зависимость глубины проникновения от ω и σ соответствует предварительному физическому анализу, ибо α и β оказались отрицательными. Строгий расчет, основанный на решении уравнений Максвелла, приводит к такому же выражению с точностью до численного множителя $\sqrt{2}$:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega \sigma}}. \quad (13.4)$$

Оценим глубину проникновения на интересующей нас частоте $\nu = \omega/2\pi = 2,15 \cdot 10^{-9}$ Гц для меди (пример хорошего проводника, $\sigma_1 \sim 6 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$) и для мышцы ($\sigma = 2,5 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$), что должно неплохо передавать величину эффекта для изучаемого нами куска мяса. Проставляя данные в (13.4), получим

$$\sigma_1 = 10^{-3} \text{ см}, \quad \delta_2 = 1 \text{ см.}$$

Видно, что для хорошего проводника эффект очень сильный — благодаря ему сопротивление проводов на высоких частотах существенно выше, чем на низких (ток протекает в узком поверхностном слое, т. е. сечение провода как бы уменьшается). Однако и для гораздо худшего проводника, каковым является наш кусок мяса, эффект остается все же весьма заметным. Даже наш пробный кусок мяса с характерным размером в 10 см великоговат — напряженность поля, а с ней и выделяемая мощность падают в центральной области во много раз, и единственным источником тепла остается теплопроводность. А уж что касается нашего гипотетического жаркого из мамонта, то для него скин-эффект приобретает до обидного прямой смысл — прожариться сможет в лучшем случае лишь толстая мамонтовая кожа, мясо же останется сырым.

Но это не самая большая беда. Не загружайте в печь слишком толстые куски — и ваше мясо благополучно и весьма равномерно прожарится. Скажем, большой, но плоской отбивной скин-эффект не страшен. Возможно, этому эффекту можно даже найти какие-нибудь специальные применения.

Поразмышляйте на досуге, например, о рецепте приготовления с помощью микроволновой печи столь немыслимого блюда как... запеченное в тесте мороженое¹.

Как и все на свете, СВЧ-печь имеет свои преимущества и свои недостатки. С одной стороны, микроволновая печь открывает перспективы приготовления неслыханных доселе блюд, сохраняет витамины, позволяет создавать диетические блюда, с другой же — не позволяет сварить элементарное яйцо всмятку. Действительно, давайте мысленно поместим яйцо в печь. После включения регулятора мощности внутри яйца, по жидкому его содержимому, начинают течь токи Фуко. Содержимое очень быстро нагревается, и начинается выделение газов. Им не дает возможности истечь твердая скорлупа. Давление неудержимо повышается, еще мгновение и... взрыв! Вся камера забрызгана вашим несостоявшимся завтраком, и вы, проклиная свою неосмотрительность, долго еще моете печь.

После сравнительно благополучно закончившегося взрыва самое время подумать о технике безопасности. Следует помнить, что максимальная мощность печи довольно велика — обычно порядка киловатта. С помощью регулятора мощности вы можете ее изменять, но всегда должен быть объект, на котором она может выделиться. Поэтому категорически запрещается включать печь пустой. Ведь если на месте не окажется предмета подогрева, то электромагнитное поле начнет «искать», где бы ему выделить энергию, и сделает это на индукторах-излучателях, разрушив их.

Чтобы понять, почему это произойдет, давайте прибегнем к аналогии. Предположим, мы положили в печь уже разделанного, посоленного и наперченного цыпленка. Физику процесса жарения отражает эквивалентная схема, изображенная на рис. 13.4. Роль генератора СВЧ здесь играет

¹Существует механизм, упрощающий эту задачу. Как известно, электрический заряд в воде переносится ионами. Это значит, что проводимость льда σ_- , где ионы вморожены в кристаллическую решетку, меньше, чем проводимость воды σ_+ . Это увеличивает глубину проникновения $\delta_- \propto \delta_+ \sqrt{\sigma_+ / \sigma_-}$, и уменьшает Джоулево тепло: $p_- = \sigma_- E^2 = p_+ \sigma_- / \sigma_+$. То есть, в замороженной области тепловыделение подавлено по сравнению с окружающим ее тестом. Значит, если мороженое хорошо взбито (пузырьки воздуха также понизят проводимость) и сильно заморожено, есть шанс, что начинка выдержит запекание.

Тот же механизм работал в замороженном куске мяса. Специальный режим «размораживания» предохраняет поверхностный слой от преждевременного зарумянивания. (Прим. ред.)

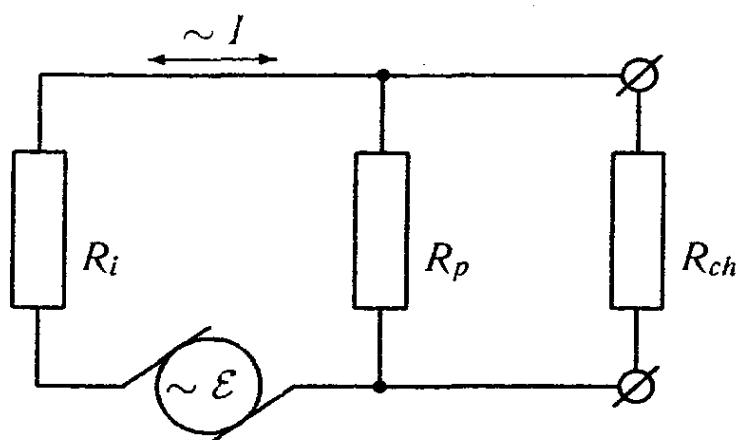


Рис. 13.4: Эквивалентная схема микроволновой печи.

источник переменного тока с электродвижущей силой \mathcal{E} и внутренним со- противлением $R_{\text{вн}}$, замкнутый на паразитное сопротивление $R_{\text{п}}$, которое отвечает за потери в излучающих элементах и в стенках жарочной камеры, и некоторое внешнее сопротивление $R_{\text{ц}}$ (видимо, вы уже поняли, что *цып* означает цыпленка). Разумеется, инженеры старались изо всех сил, чтобы $R_{\text{п}}$ было велико и меньше энергии уходило впустую. Но несмотря на то, что $R_{\text{п}} \gg R_{\text{ц}}$ его нельзя сделать бесконечным. Поскольку $R_{\text{ц}}$ и $R_{\text{п}}$ подключены параллельно, их общее сопротивление составляет

$$R_{\text{общ}} = R_{\text{ц}} R_{\text{п}} / (R_{\text{ц}} + R_{\text{п}}).$$

Ток, текущий в цепи, равен $I = \mathcal{E} / (R_{\text{общ}} + R_{\text{вн}})$, и мощность, расходуемая источником, выделяется в виде тепла на трех указанных сопротивлениях. Оптимальному режиму работы соответствует $R_{\text{ц}} \approx R_{\text{вн}} \ll R_{\text{пар}}$, причем выделяющееся в цепи тепло распределяется следующим образом:

$$P_{\text{вн}}^{\text{опт}} \approx P_{\text{ц}}^{\text{опт}} \approx \frac{\mathcal{E}^2}{4R_{\text{вн}}}; \quad P_{\text{п}}^{\text{опт}} \approx \frac{\mathcal{E}^2}{4R_{\text{п}}} = P_0 \frac{R_{\text{вн}}}{2R_{\text{п}}};$$

где $P_0 = \mathcal{E}^2 / 2R_{\text{вн}} \sim 1 \text{ кВт}$ — это мощность, затрачиваемая источником при оптимальных условиях. Обратите внимание, что почти половина энергии (до 0,5 кВт) теряется в самом генераторе. Вот почему микроволновые печи обязательно оборудованы вентилятором.

Что же произойдет, если проказник-внук, решив подшутить над бабушкой, положит на место цыпленка каучукового удава, сопротивление которого $R_y \rightarrow \infty$? (Это почти то же самое, что включить пустую печку.)

Полное потребление энергии резко упадет, и выделяемое тепло перераспределится (∞ обозначает бесконечное сопротивление резиновой рептилии):

$$P_{\text{вн}}^{\infty} \approx \frac{\mathcal{E}^2 R_{\text{вн}}}{R_{\Pi}^2} = 2P_0 \left(\frac{R_{\text{вн}}}{R_{\Pi}} \right)^2 \ll P_{\text{вн}}^{\text{опт}} \quad \text{и} \quad P_{\Pi}^{\infty} \approx \frac{\mathcal{E}^2}{R_{\Pi}} \approx 4 P_{\Pi}^{\text{опт}}.$$

Вы видите, что паразитное тепловыделение выросло в четыре раза, причем львиная доля этого тепла падает на излучающие элементы. Едва ли нашей целью было поджарить излучатели.

⚠ Включение пустой микроволновой печи ведет к выходу из строя излучающих элементов.

Однако куда большая опасность таится в выборе посуды, используемой для приготовления. Конечно, можно купить фирменную специальную стеклянную посуду типа «Ругех» и пользоваться ею. Но можно задуматься о требованиях к посуде, разобраться в их физике и заодно сэкономить, воспользовавшись старым глиняным горшком. Главное требование к посуде — ее «прозрачность» для СВЧ-излучения. Даже для столь высокой частоты это стекло должно оставаться диэлектриком, чему удовлетворяет далеко не каждый тип фаянса или стекла. (Оказывается, что электрические и оптические свойства веществ могут существенно зависеть от частоты электромагнитного поля.) Уж точно ни в коем случае нельзя помещать в камеру печи металлическую посуду, заворачивать приготовляемую пищу в металлическую фольгу или даже использовать тарелку с золотым ободком. В мгновение ока мирная кухонная СВЧ-печь превратится в свою огнедышащую родственницу из плавильного цеха и наделает бед¹.

Обратимся опять к эквивалентной схеме на рис 13.4. Пусть после ремонта печки бабушка в знак примирения решила побаловать внука фирменным блюдом. Нафаршировав цыпленка каштанами и черносливом, сдобрив гвоздикой, корицей и имбирем, она уложила его в любимую чугунную гусятницу и поставила в многострадальную микроволновую печь. Разумеется, в связи с выбором посуды эквивалентное сопротивление описанного шедевра равно нулю,

$$R_{\text{гус}} = 0.$$

Иными словами, источник будет замкнут накоротко. По цепи, минуя

¹Подумайте, почему не разогреваются металлические стенки печи во время ее работы (они, конечно, разогреваются, но незначительно, в основном благодаря теплопередаче, а не токам Фуко)?

паразитное сопротивление, потечет, так называемый, ток короткого замыкания равный

$$I_0 = \mathcal{E}/R_{\text{вн}}.$$

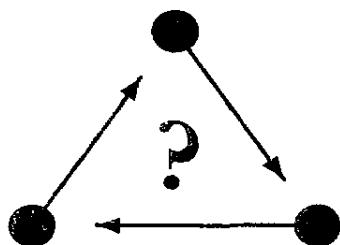
При этом, ни гусятница, ни, тем более, цыпленок греться не будут, и вся мощность будет рассеиваться в самом источнике СВЧ- поля:

$$P_{\text{вн}}^0 = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{\text{вн}}} = 4 P_{\text{вн}}^{\text{опт}}.$$

Нетрудно заметить, что в этом случае в электрической части прибора выделяется тепло, в четыре раза превышающее расчетное, то есть $P_{\text{вн}}^0 \approx 2 P_0 = 2 \text{ кВт}$! Хорошо еще, если в ходе эксперимента пострадает одна лишь СВЧ-печка!

⚠ Металлические предметы, помещенные в камеру микроволновой печи, приводят к «короткому замыканию» генератора СВЧ.

Тем не менее, многие глиняные горшочки и керамические тарелки оказываются вполне пригодными для употребления. Чтобы проверить, подходит ли данная посуда для готовки в микроволновой печи, достаточно поместить ее вместе со стаканом воды (подумайте, зачем он нужен) в камеру и на пару минут включить пекь. Если после этого исследуемый горшок окажется холодным — он прошел испытание.



Оцените, глубоко ли проникают радиоволны в мозг говорящего по сотовому телефону GSM ($\nu \sim 1800 \text{ МГц}$).

Глава 14

Физика приготовления кофе

Американский турист входит в бар на юге Италии и просит чашку кофе.

«Синьор предпочитает кофе по-американски или по-итальянски?» — спрашивает бармен.

«Конечно, по-американски», — отвечает турист.

«Налей синьору большую чашку грязной воды», — приказывает бармен помощнику.

Итальянский анекдот

Путешественник, странствующий из одной страны в другую, может заметить, что в наш век стандартизации и засилия транснациональных монополий, когда одни и те же прохладительные напитки подаются в Нью-Йорке и Катманду, кофейный рынок остается на удивление пестрым и разнообразным. Напиток из одних и тех же зерен кофе готовят и пьют по-разному в Турции и Египте, в Италии и Франции, в Финляндии и США. Заказав кофе в баре где-нибудь в Неаполе, вы получите изящную чашечку размером чуть больше наперстка, на дне которой медленно колышется густая капля почти черного цвета, покрытая аппетитной пенкой. Однако сделав тот же заказ в Чикаго, вы получите пластмассовый сосуд объемом в пол-литра, заполненный горячей водой коричневатого цвета. Мы не беремся судить, какой из напитков вкуснее или полезнее, а просто обсудим различные методы приготовления кофе и связанные с ними физические процессы.

14.1. Кипяченый кофе

Вот один из старинных способов приготовления кофейного напитка, сохранившийся до наших дней на севере Скандинавии. Прожаренный и крупно помолотый кофе засыпается в воду в количестве 10 граммов на 150–190 миллилитров воды и кипятится в кофейнике примерно 10 минут. Затем напиток разливается без фильтрации по чашкам и в течение нескольких минут отстаивается. Никакой интересной физики в этом процессе нет, а от комментариев по поводу вкусовых качеств данного напитка авторы воздерживаются.

14.2. Кофеварка с бумажным фильтром

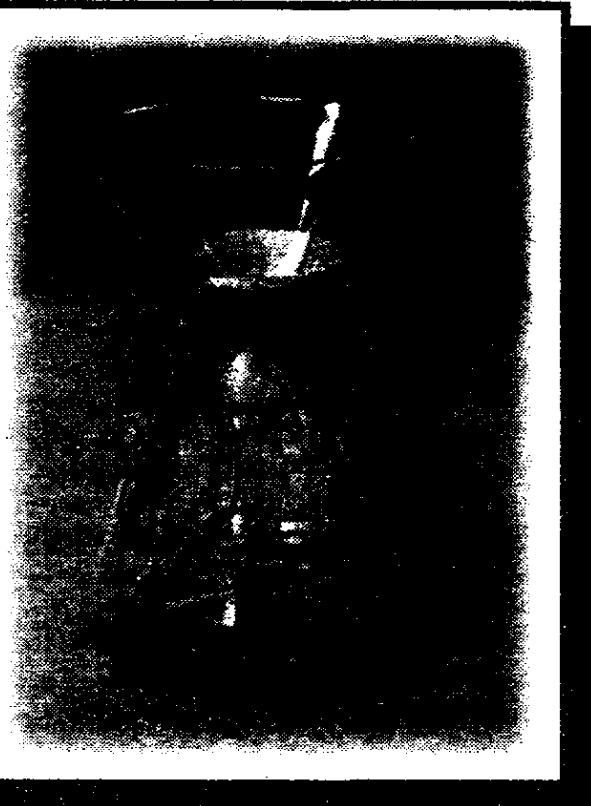
Такая кофеварка широко распространена в США, на севере Европы, в Германии и во Франции. Ее принцип действия чрезвычайно прост, а процесс приготовления кофе занимает 6–8 минут. Кофе крупного помола засыпается в конический фильтр, изготовленный из специальной фильтровальной бумаги. Далее на помолотый кофе капает сверху горячая вода, «обмывает» его, просачивается сквозь фильтр и собирается в стеклянный сосуд. В результате получается легкий кофейный напиток: лишь немногие кофейные масла просачиваются сквозь плотный бумажный фильтр, да и крупный помол и отсутствие избыточного давления не способствуютному извлечению всех кофейных ароматов. Американская доза составляет 5–6 г кофе на 150–190 мл воды, в Европе — 10 г на чашку.

14.3. «Кофе по-турецки»

Описание процесса приготовления такого кофе уже заслуживает внимания. Кофейные зерна перемалываются в пыль (тонкий помол), и этот порошок, часто вместе с сахаром, засыпается в металлическую (обычно медную или латунную) конусообразную кофеварку, называемую джезвой. Затем она заливается холодной водой и погружается по самое горлышко в раскаленный песок (по иному рецепту молотый кофе кладется на поверхность уже горячей воды). Медленный разогрев жидкости происходит за счет теплопередачи от песка через дно и боковые стенки джезвы. За отсутствием песка можно воспользоваться слабым огнем газовой плиты, электрической плиткой и т. д. В результате прогрева придонных слоев возникают конвекционные потоки: горячая жидкость уносит с собою вверх на поверхность частички кофе, где они, благодаря силам поверхностного натяжения, задерживаются и образуют «кофейную корочку». Постепенно

содержимое джезвы доводится до кипения: сквозь корочку прорываются пузыри, образуется пена. В этот момент джезва вынимается из песка (или снимается с плиты), так как кипение «убивает» кофе¹.

Рис. 14.1: Джезва для приготовления кофе по-турецки.



Процедура доведения напитка до кипения повторяется еще два раза, что приводит к образованию обильной пены. Полученную жидкость разливают по небольшим чашкам и ждут, пока не уйдет на дно осадок. В результате получается вкусный густой напиток, особенно если количество воды было относительно небольшим. К недостаткам такого способа можно отнести наличие в полученном напитке взвеси кофейного порошка, которая постепенно оседает на дно чашки. Имеется даже способ гадания на «кофейной гуще».

14.4. Итальянская «мокка»

Одной из самых распространенных кофеварок для домашнего приготовления кофе в Италии является «мокка». Она состоит из трех частей: нижнего усеченного конуса (нагревателя), куда заливается вода, металлического фильтра, куда засыпается кофе среднего помола, и, наконец,

¹По-видимому, это связано с тем, что под воздействием продолжительного кипения теряются фракции, придающие напитку его характерный вкус, который формируется, в зависимости от состава смеси, более чем из тысячи ароматов, большинство из которых летучи.

верхнего усеченного конуса, где накапливается готовый напиток. Эта кофеварка рассчитана на приготовление напитка определенной консистенции: воду следует наливать до уровня имеющегося в нагревателе клапана, фильтр засыпают полным — примерно 6 г на порцию в 50 мл воды.

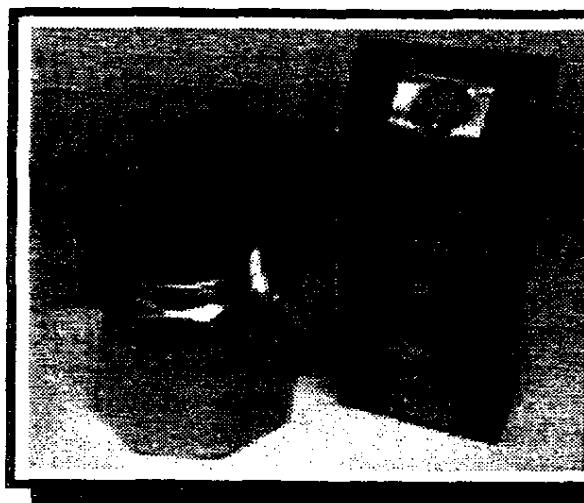


Рис. 14.2: Итальянская кофеварка "мокка".

Процесс приготовления кофе в мокке весьма занимателен. В фильтр засыпается и разравнивается кофейный порошок, в нижнюю часть мокки заливается вода. Мокка плотно закручивается по резьбе, соединяющей верхний и нижний конусы. (Верхнее ситечко прикрывает цилиндр фильтра. Дополнительной изоляцией от внешней среды является резиновая прокладка, проложенная между верхним и нижним конусами.) Кофеварка ставится на медленный огонь. Процесс приготовления заключается в доведении до кипения воды в нагревателе, последующем ее прогоне через кофейный порошок, дальнейшем подъеме приготовленного таким образом напитка по трубке и его сливе в объем верхнего конуса. После этого кофе готов к разливу (через носик) по чашкам.

Все кажется простым и понятным. Но что является «движителем» описанного процесса? Конечно, огонь. Вначале вода нагревается до кипения, затем начинается процесс кипения в замкнутом объеме, где воде отведено гораздо больше места, чем пару над ее поверхностью. Температура переходит через 100°C , пар над поверхностью воды все время остается насыщенным, его давление превышает 1 атм и продолжает расти. Внешнее же давление, вплоть до верхнего уровня фильтра, равно атмосферному. Насыщенный пар с температурой выше 100°C начинает играть роль сжатой пружины, продавливающей чуть перегретый кипяток сквозь кофейный порошок, содержащийся в фильтре. При этом из кофе извлекаются все те ароматы, масла и другие компоненты, которые превращают воду в чудесный напиток.

Понятно, что свойства этого напитка зависят как от самого кофейного порошка, находящегося в фильтре, так и от температуры воды и времени ее протекания сквозь фильтр. Секреты приготовление смеси кофейных зерен, их жарки и помола являются тайнами каждого изготовителя, основанными на таланте, труде и столетиях опыта. Однако понять, от чего зависит время протекания жидкости через фильтр, мы можем без промышленного шпиона, исходя лишь из законов физики.

В середине девятнадцатого века французские инженеры А. Дарси и Ж. Дюлюи провели первые экспериментальные наблюдения за движением воды в трубах, заполненных песком. Эти исследования положили начало созданию теории фильтрации, которая сегодня успешно применяется для описания движения жидкостей, газов и их смесей через твердые тела, содержащие связанные между собой поры или трещины. Помимо создания в городе Дижоне первой современной системы водоснабжения в Европе, Дарси сформулировал так называемый линейный закон фильтрации, который сегодня носит его имя. Он связывает объемный расход жидкости Q через песчаный фильтр, длина которого L , а площадь S , с разностью уровней воды ΔH над фильтром и у его основания:

$$Q = \frac{k_f S \Delta H}{L}.$$

Входящий в эту формулу коэффициент фильтрации k_f зависит как от природы пористой среды, так и от свойств протекающей жидкости. Эти свойства можно легко разделить:

$$k_f = \frac{k \rho g}{\eta},$$

заодно перейдя от разности уровней, характеризующей конкретный фильтр, к разности давлений по обе его стороны $\Delta p = \rho g \Delta H$:

$$w = \frac{k}{\eta} \frac{\Delta p}{L}.$$

Здесь $w = Q/S$ есть так называемая скорость фильтрации, показывающая, какой объем жидкости протекает через единицу площади поверхности фильтра в единицу времени, коэффициент η характеризует вязкость жидкости, а коэффициент k является характеристикой лишь пористой среды и называется коэффициентом проницаемости (он имеет размерность площади).

Следует отметить, что проницаемость, выраженная в единицах СИ, обычно очень мала. Так, для крупнозернистых песчаников это 10^{-12} –

10^{-13} м^2 , для плотных песчаников — 10^{-14} м^2 . В нефтепромысле для коэффициента проницаемости используется специальная единица — дарси (Д): $1 \text{ Д} = 1,02 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$.

Попробуем применить закон Дарси к изучению нашей мокки. Например, интересно узнать, до какой температуры перегревается кипяток в нижней части кофеварки. Оценим разность давлений между нижней и верхней сторонами фильтра по формуле Дарси:

$$\Delta p = \frac{\omega \eta L}{k} = \frac{m}{\rho S t} \frac{\eta L}{k}.$$

Характерные размеры фильтра у мокки на три порции таковы: $L = 1 \text{ см}$ и $S = 30 \text{ см}^2$, масса кофе $m = 150 \text{ г}$ набегает за $t = 3 \text{ мин}$. Коэффициент проницаемости мы можем принять того же порядка, что и для крупнозернистого песчаника: $k \approx 10^{-13} \text{ м}^2$. Плотность воды — $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$. С вязкостью нужно быть осторожным, так как она сильно зависит от температуры, тем не менее, в таблицах физических величин можно отыскать, что $\eta(100^\circ\text{C}) = 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$. В результате получаем $\Delta p \sim 10^4 \text{ Па}$. Соответствующая температура кипения воды, согласно графику зависимости давления насыщенного пара от температуры кипения, составляет около 105°C (см. таблицу 12.1, стр. 98).

Итак, мы разобрались с нормальным процессом приготовления кофе в итальянской мокке. Однако ходят мрачные слухи о том, что временами эти кофеварки выходят из повиновения и превращаются в бомбы, угрожая потолкам и стенам кухонь, не говоря уже о находящихся поблизости любителях кофе. Из-за чего же и как это может случиться?

Ясно, что прежде всего, может засориться или окислиться аварийный клапан, сделанный в нижней части мокки именно для того, чтобы дать выход пару в случае его незапланированного перегрева. Поэтому старые кофеварки становятся опасными. В свою очередь, причиной такого перегрева может стать непроходимость самого фильтра, заполненного кофейным порошком. Тому могут быть различные причины. Самая экзотическая, в духе детектива о жизни неаполитанской мафии: изощренный киллер забил верхнюю трубочку спитым кофе, оставшимся в невымытой кофеварке со вчерашнего дня. Более реальна такая: плотно утрамбованный (по незнанию, чтобы получилось покрепче) кофейный порошок слишком мелкого для мокки помола становится непроницаемым для воды. В отсутствие оттока спрессованный порошок передает давление перегретого пара непосредственно на крышку фильтра. Под действием продолжающегося нагрева давление в нижнем сосуде вырастет недопустимо высоко, и вода сорвет верхнюю часть кофеварки с резьбы. С чем же связана такая непроницаемость фильтра?

Оказывается, все дело в ограниченной применимости закона Дарси. Действительно, линейный закон фильтрации написан без учета капиллярных явлений. Пористую среду можно представить как сложную систему соединенных пустот и капилляров. Жидкость может протекать через капилляр радиуса r только в том случае, когда разность давлений на концах капилляра превышает $2\sigma/r$, где σ — коэффициент поверхностного натяжения. Разность давлений на концах капилляра можно оценить как $\Delta p/N$, где Δp — разность давлений на фильтре, а N — среднее число капилляров, укладывающееся на толщине фильтра. Возьмем для оценки $N \sim 10$, $\Delta p \sim 10^4$ Па, $\sigma \sim 0,07$ Н/м. Получим, что уже при среднем радиусе капилляров 0,1 мм часть из них могут оказаться запертыми для протекания жидкости при нормальной разности давлений на фильтре.

На первый взгляд, в этом нет ничего страшного — ведь часть капиллярных пор окажется большего радиуса и они будут способны пропускать жидкость. Однако более внимательный анализ показывает, что этого может оказаться недостаточно. Необходимо потребовать, чтобы доля незапертых пор была больше некоторого критического значения. В противном случае система открытых пор не будет пронизывать фильтр от одной границы до другой; двигаясь по этим порам, мы сможем сделать только несколько шагов и неизбежно уткнемся в непроницаемый капилляр. Говорят, что в этом случае система открытых пор потеряла «связность» и перестала пронизывать все пространство. Иными словами, она раздробилась на множество небольших групп из соединенных друг с другом пор (такие группы называют кластерами).

Свойства систем с нарушенной или ограниченной связностью изучает специальный раздел статистической физики, называемый теорией перколяции (от английского *percolation* — протекание). Критическая концентрация элементов (в нашем случае пор), при которой система теряет связность, носит название порога перколяции. Теория перколяции изучает не только условия прекращения протекания (электрического тока или жидкости) в неоднородных системах, но и свойства, так называемого, слабого протекания, когда чуть выше порога перколяции число сквозных капиллярных проходов мало. Оказывается, зависимость интенсивности протекания от концентрации свободных пор (которая в нашем случае зависит от давления) носит сложный степенной характер (с дробным показателем степени) и совсем не похожа на закон Дарси, который вступает в силу только тогда, когда протекание происходит по развитой системе проницаемых пор¹.

¹ Подробнее о теории перколяции и ее замечательными достижениями вы можете познакомиться по статье А. Эфроса «Что такое теория протекания?» — «Квант» № 2 за 1982 год; или по книге: А. Эфрос «Физика и геометрия беспорядка». — М.: Наука, 1982. — Библиотека «Квант», вып. 19.

Однако вернемся к нашему кофейному фильтру. В этом случае доля проницаемых пор зависит от разности давлений на фильтре и от среднего радиуса пор, который, в свою очередь, зависит от степени измельчения кофе. При излишнем измельчении порошка уменьшается средний радиус пор и система может оказаться непроницаемой вплоть до пороговой разности давлений в несколько атмосфер. А дальше может произойти следующее. В сжатом избыточным давлением фильтре будет еще сильнее уменьшаться средний радиус пор, что приведет к росту пороговой разности давлений, а это — к дальнейшему прессованию кофе в фильтре... Короче говоря, образуется порочный круг: температура в нижнем сосуде будет расти, и вместе с ней будет расти давление. В лучшем случае при некотором давлении вода все же пробьет себе канал и прорвется сквозь фильтр¹. Как ни жаль, но вы получите плохой кофе — ведь была использована лишь малая часть засыпанного порошка, да и температура слишком высока. В худшем случае давление поднимется настолько, что резьба не выдержит и кофеварка взорвется.

Оценим максимальный (теоретический) ущерб, который может нанести мокка, превратясь в тепловую бомбу. Будем исходить из худшего: забилось все, что могло забиться, и 150 г воды разогреваются в замкнутом объеме, ненамного превышающем объем самой воды. При температуре порядка критической (где плотность пара сравнивается с плотностью воды), которая для воды равна $373^{\circ}\text{C} = 646\text{ K}$, вся вода превратится в пар. Дальнейшее нагревание возможно, но сама мокка станет светиться — такого еще никто не видел². Итак, для предельной оценки допустим, что закупоренная мокка разогрелась до температуры порядка $T = 600\text{ K}$. Заглянув в таблицу зависимости давления пара от температуры, находим, что соответствующее давление оказывается порядка 200 атм ($2 \cdot 10^7\text{ Pa}$). Такое давление наблюдается в океане на глубине 2-х километров. Да и энергия, запасенная в кофеварке при такой температуре, впечатляет:

$$E = (5/2)pV \sim 50\text{ кДж},$$

так что взрыв разогнал бы отдельные части мокки до скоростей порядка сотен метров в секунду.

Из приведенных оценок понятно, что резьба не выдержит гораздо раньше. Но также понятна и могучая энергия, запасенная в кофеварке благодаря избыточному нагреву: ее действительно с лихвой хватит, чтобы

¹Правда, конструкция кофеварки не позволит наблюдать возникший при этом гейзер.

²Прости автору преувеличение. При температуре 1000 К тела кажутся тёмно-красными и желтеют при 1500 К. Кофеварки, как правило, делают из алюминия, который плавится при 933 К. (Прим. ред.)

не только забрызгать всю кухню несостоявшимся напитком, но и надеяться других бед. Так что присматривайте за клапаном, выбирайте кофе правильного помола, засыпайте его в фильтр без горки и, главное, не утрамбовывайте.

Кофе в мокке получается крепким и ароматным, без осадка, однако все же уступает по своим вкусовым качествам кофе «эспрессо», который подается в хорошем баре. Основной причиной этого, по-видимому, является сравнительно высокая температура кипятка, продавливаемого сквозь фильтр перегретым паром. Поэтому рецепт улучшения качества кофе при его приготовлении в мокке таков: ставьте кофеварку на очень слабый огонь. При этом процесс фильтрации будет идти медленнее, однако и пар в нижнем сосуде не будет слишком перегреваться.

Наверное, очень хороший кофе можно приготовить в мокке, находясь в высокогорном альпинистском приюте: там внешнее давление уже заметно ниже 1 атм — например, на высоте Эвереста вода кипит при 74 °С, — так что перегрев воды в мокке как раз доведет температуру до оптимальных 85–90 °С.

Старинная неаполитанская кофеварка «Napoletana»

Эта кофеварка напоминает мокку, однако вместо фильтрации избыточным давлением пара использует фильтрацию под влиянием силы тяжести. Она также состоит из двух сосудов, поставленных один на другой, и фильтра, заполненного кофе, между ними. Вода в нижнем цилиндре доводится до кипения, затем кофеварка снимается с огня и переворачивается. Происходит фильтрация под действием давления столба воды порядка нескольких сантиметров, так что Δp не превышает 0,01 атм. Процесс приготовления кофе идет здесь заметно медленнее, чем в мокке. Можно поставить эксперимент по приготовлению одного и того же количества кофе в обеих кофеварках и, основываясь на следующей из закона Дарси обратной пропорциональности времени приготовления кофе приложенному давлению, проверить нашу предыдущую оценку давления в нагревателе мокки. Однако на практике для «Napoletana» кофе выбирают более крупного помола, чём для мокки, иначе напиток будет готов лишь через полчаса и окажется холодным.

Знатоки говорят, что кофе из «Napoletana» получается вкуснее, чем из мокки: здесь нет пагубного воздействия перегретого кипятка на кофе. Впрочем, высокий темп современной жизни не оставляет времени для философской беседы на террасе с видом на Везувий и прекрасный не-



Рис. 14.3: "Napoletana"
на фоне Везувия.

apolitanский залив в приятном ожидании, когда наконец-то наберется чашечка благотворного напитка. Эта роскошь осталась на старых картинах из неаполитанской жизни и в творениях Эдуардо де Филиппо.

14.5. «Эспрессо»

Не все неаполитанцы были терпеливы и в прошедшие времена. Говорят, что в прошлом веке один из тех жителей столицы королевства Двух Сицилий¹, кто не мог спокойно ждать у «Napoletana», убедил своего друга, инженера из Милана, сконструировать принципиально новую кофеварку, приготавливающую индивидуальную порцию прекрасного ароматного густого напитка в течение полминуты.

Каждая чашка хорошего кофе является вместилищем секретов роста и сбора урожая кофейных зерен, приготовления смеси и ее прожарки, помола... За вершиной кофейного искусства — маленькой чашечкой итальянского «эспрессо» — стоит также и высокая технология.

Аппарат для приготовления «эспрессо», который называют тоже эспрессо, гораздо больше и внушительнее своих описанных выше коллег. Обычно такие машины стоят в барах и ресторанах, однако для знатоков и любителей кофе существуют и домашние версии этого аппарата.

В кофеварке эспрессо вода с температурой 90–94 °С продавливается под давлением 9–16 атм сквозь фильтр с кофейным порошком специального помола, еще более мелкого, чем для мокки. Весь процесс занимает

¹Которой некогда был Неаполь.

15–25 секунд, в результате чего изготавляется 1–2 порции кофе по 20–35 мл каждая, лично для вас и, может быть, для вашего собеседника. Процесс протекания жидкости сквозь фильтр с кофейным порошком описывается тем же законом Дарси, что и в мокке, однако разность давлений, прилагаемая к фильтру, здесь в десятки раз больше, а температура, наоборот, ниже 100 °С. Эти параметры подобраны специально таким образом, чтобы высокой температурой не разрушить неустойчивые фракции кофейного напитка. Сравнительно короткое время взаимодействия воды с порошком совместно с высоким давлением оставляют в порошке все лишнее и извлекают из него все лучшее: эмульсии кофейных масел формируют ту густоту напитка, которая не может быть достигнута никаким другим способом; его аромат сохраняется наличием пенки, которая не позволяет исчезнуть летучим компонентам. «Эспрессо», как это ни странно, содержит меньше кофеина — из-за краткости контакта воды с порошком (20–30 с против 4–5 мин в фильтре) и малости ее объема весь кофеин не успевает извлечься.

Рис. 14.4: Даже
домашняя кофеварка
эспрессо выглядит
внушительно.



Первый образец кофеварки эспрессо был выставлен в Париже в 1855 году. В современных стационарных аппаратах, составляющих оборудование баров и ресторанов, вода подается под необходимым давлением с помощью имеющегося в конструкции специального насоса. В классической машине для приготовления «эспрессо» горячая вода из цилиндра нагрева по поднятию ручки заполняет камеру над фильтром и затем продавливается сквозь фильтр вручную, опусканием ручки; высокое давление создается за счет динамического сопротивления фильтра с кофе и эффекта рычага, многократно увеличивающего усилие руки.

Интересно наблюдать за поведением кофейной струи, стекающей с носика по мере того, как заполняется чашка. Сначала эта струя течет хорошо, затем слабеет и в некоторый момент переходит в капель. То же самое явление авторы наблюдали в горах: солнце прогревало снег на крыше, и поток талой воды стекал по сосульке то струей, то капелью. Попробуем оценить тот критический объемный расход воды Q_k , при котором происходит смена режимов. Для простоты будем говорить о сосульке, хотя результаты окажутся применимыми и к кофеварке.

Пусть поток воды медленно стекает по сосульке. Понятно, что пока объемный расход воды очень мал, струи не получится. Действительно, на конце сосульки вода будет собираться в каплю, капля будет медленно расти, достигнет некоторого критического размера, сорвется и... процесс повторится. Поскольку мы договорились, что расход воды очень мал, то процесс можно считать почти статическим. В условиях равновесия отрыв капли происходит тогда, когда ее сила тяжести mg превышает силу поверхностного натяжения

$$F_\sigma = 2\pi\sigma r,$$

действующую по периметру вдоль перетяжки (ее радиус мы обозначили r):

$$mg = 2\pi\sigma r.$$

Время «заполнения» такой капли, очевидно, равно

$$t_k = \frac{m}{\rho Q_k}.$$

Понятно, что сам процесс отрыва капли также занимает некоторое время. Капля под действием сил поверхностного натяжения и тяжести пребывает почти в состоянии равновесия. Но когда ее масса достигает критической величины и поверхностное натяжение уже не может компенсировать силу тяжести, перемычка рвется. Характерное время разрыва перемычки τ можно получить из соображений теории размерностей¹: жидкость с вязкостью η должна быть перемещена на расстояние порядка r под действием сил поверхностного натяжения с коэффициентом σ .

Эту задачу мы уже рассматривали в главе 11 и можем сразу записать результат:

$$\tau \sim \frac{r\eta}{\sigma}.$$

¹Отсутствие колебаний означает, что определяющую роль в ходе отрыва капли играет вязкость. Поэтому в оценку не входит плотность, характеризующая инертные свойства жидкости. (Прим. ред.)

Теперь понятно, что смена режимов капели и струи происходит при таком объемном расходе воды, когда очередная капля не успевает оторваться, как уже набегает новая, т. е. при

$$t_k \sim \tau \quad \text{или} \quad \frac{m}{\rho Q_k} \sim \frac{r\eta}{\sigma}.$$

Выражая массу капли из условия ее равновесия через силу поверхностного натяжения, находим окончательно красивую формулу:

$$Q_k \sim \frac{2\pi\sigma^2}{\eta\rho g}.$$

Впрочем, оперируя не с объемным расходом воды, а с расходом массы, можно было бы сразу получить эту формулу из анализа размерностей и замечания, что Q_k не должно зависеть от размера кончика сосульки (сосулька тает, и кончик «подстраивается»). В случае металлического носика кофеварки его размер в принципе может влиять на величину критического потока, но, как мы видим, он не сильно отличается от сосульки, так что найденная оценка вполне применима.

14.6. Растворимый кофе

Постоянная спешка современной жизни привела к появлению растворимого кофе. Его приготавливают из настоящего кофе, который измельчают и выдерживают при высокой температуре и очень низком давлении¹. Вода сублимирует, а оставшийся порошок помещают в вакуумную упаковку, где он может храниться весьма долго, не теряя своих свойств. Перед употреблением он просто растворяется в горячей воде.

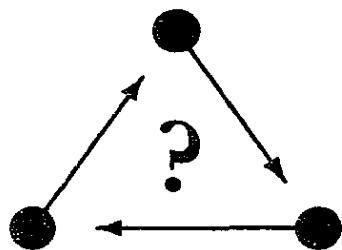
14.7. Вариации на тему «эспрессо»

Имея кофеварку, которая готовит «эспрессо», и хорошую кофейную смесь можно приготовить целый спектр кофейных напитков. Так, в итальянском баре вы можете получить: *caffè ristretto* — «укороченный кофе», приготовленный с нормальным количеством кофе, но меньшим количеством воды; *caffè lungo* — «удлиненный кофе», приготовленный с нормальным количеством кофе, но большим количеством воды; *caffè macchiato* — тот же «эспрессо», но с добавлением небольшого количества молока; *caffè cappuccino* — «эспрессо» с добавлением ликера, виски или водки.

¹Лучшие сорта растворимого кофе готовят методом «лиофилизации», т. е. возгонки в вакууме воды из предварительно замороженного кофейного экстракта. (Прим. ред.)

Особого разговора заслуживает саруццио — «эспрессо», налитый на дно чашки среднего размера и залитый сверху молоком, взбитым горячим паром до состояния воздушной пены¹. Хороший бармен может залить это молоко на кофе так, что на поверхности выступит написанный коричневым на белом фоне инициал — первая буква вашего имени. А можно просто присыпать белоснежную пену порошком какао или крошками шоколада.

Наконец, говорят, что в Неаполе в некоторых местах до сих пор подают *caffè pugliese*. Выглядит это так. Заходит хорошо одетый синьор со спутницей или с приятелем и заказывает: «Три кофе! Два нам и одно *caffè pugliese*». Через некоторое время в тот же бар заходит бродяга или просто бедняк, и спрашивает, нет ли *caffè pugliese*. И... бармен наливает ему бесплатно чашечку ароматного «эспрессо». Неаполь остается Неаполем не только в фильмах Тото...



Почему время отрыва капли от сосульки совпадает с найденным в главе «Тайны волшебной лампы» френкелевским временем слияния капель?

¹ Свое название этот напиток получил за внешнее сходство с монахом-доминиканцем, носящим белую рясу с черным клобуком. Клобук по-итальянски называется саруццио, отсюда русское «капюшон».

Глава 15

Водяной микрофон

ОБ ОДНОМ ИЗОБРЕТЕНИИ АЛЕКСАНДЕРА БЕЛЛА

Золотистого меда струя из бутылки текла
Так тягуче и долго, что молвить хозяйка успела:
«Здесь, в печальной Тавриде, куда нас судьба занесла,
Мы совсем не скучаем», — и через плечо поглядела...

O. Мандельштам

Кто из нас не знаком с микрофоном? Вы его видите по телевизору, в театре, кино, пользуетесь им при записи на магнитофонную пленку, его устройство описано в школьном учебнике физики. А вот о существовании водяного микрофона, наверное, знают немногие. Да, да, не удивляйтесь. Оказывается, с помощью водяной струи можно успешно усиливать различные звуки. Сделал этот необычный прибор американец Александр Белл¹, который больше известен миру как один из изобретателей телефона. Познакомимся прежде всего со свойствами его «усилителя» — водяной струи.

Если в дне сосуда с водой просверлить небольшое круглое отверстие, то можно заметить, что вытекающая сквозь него струя состоит из двух различных по своим свойствам частей. Верхняя часть струи прозрачна и неподвижна настолько, что кажется стеклянной. По мере удаления от истока она становится все тоньше, и в точке наибольшего сокращения начинается нижняя часть, переменчивая по форме и непрозрачная.

¹А. Г. Белл (1847–1922) — американский изобретатель, выходец из Шотландии; первая публичная демонстрация его главного изобретения, передачи речи с помощью электричества, состоялась в 1876 году.

На первый взгляд эта часть струи, как и верхняя, кажется непрерывной. Однако иногда удается быстро провести через нее палец, не замочив его.

Французский физик Феликс Савар¹ провел подробное исследование свойств водяных струй и пришел к выводу, что в самом узком месте водяная струя перестает быть сплошной и распадается на отдельные капельки. Теперь, по прошествии более чем ста лет, в этом легко убедиться, сфотографировав струю воды со вспышкой или посмотрев на нее при стробоскопическом освещении (рис. 15.1); в те же далекие времена свойства струи изучали, наблюдая ее в темноте при вспышке электрической искры.

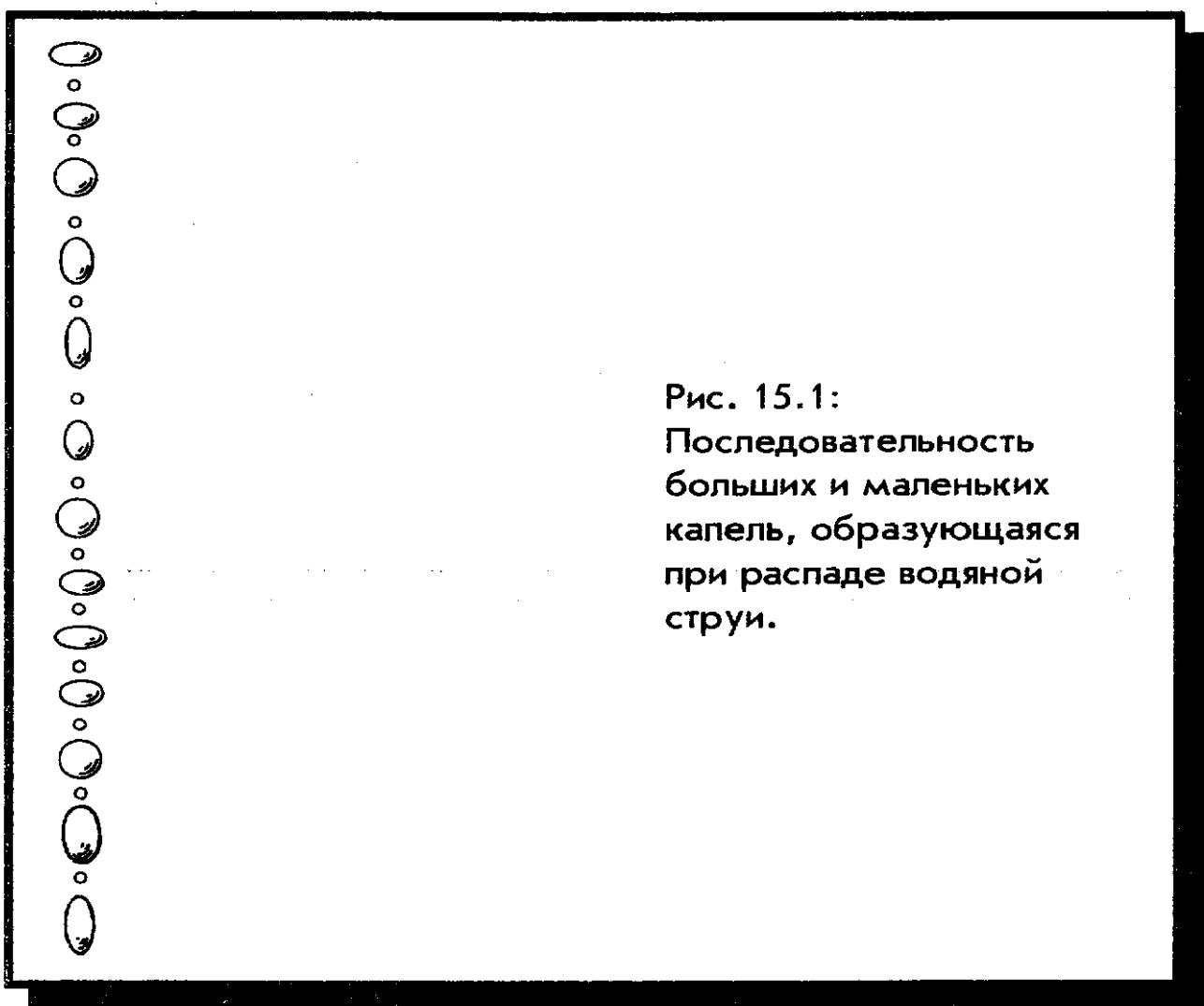


Рис. 15.1:
Последовательность
больших и маленьких
капель, образующаяся
при распаде водяной
струи.

Посмотрите на изображение нижней части струи (рис. 15.1). Она состоит из отдельных капель — больших и малых между ними. Как видите, в процессе падения большие капли пульсируют, последовательно меняя форму от эллипсоида, растянутого по горизонтальному направлению (1-я

¹Ф. Савар (1791–1841) — французский физик; автор трудов по акустике, электромагнетизму и оптике.

и 2-я капли), к шару (3-я), а затем переходя к эллипсоиду, растянутому по вертикальному направлению 4-я, 5-я, 6-я). Затем капля снова возвращается к форме шара (7-я) и т. д. Каждая капля, быстро пульсирующая в процессе своего падения¹, производит в различные моменты времени различное воздействие на глаз человека. В результате и возникает образ непрерывной мутной струи с утолщениями в тех местах, где капли-эллипсоиды растянуты горизонтально, и сужениями там, где они растянуты вертикально.

Другим важным открытием Савара было то, что на длину верхней, прозрачной части струи большое влияние оказывают окружающие звуки. Если вблизи струи возбудить звуковые колебания определенной частоты, прозрачная часть струи мгновенно становится мутной.

Савар объяснил это так. Капли, на которые распадается водяная струя в своей нижней части, зарождаются еще вверху, у самого отверстия. Представляясь как бы кольцевыми выступами, по мере удаления от отверстия они проявляются все четче и четче, пока не отделятся совсем. Эти выступы следуют друг за другом настолько часто, что производят слабый звук. Музыкальная нота, звучащая в унисон с этим звуком, способствует более раннему распаду струи на отдельные капли, то есть переводит прозрачную часть струи в мутную.

Английский физик Джон Тиндаль² повторил в своей лаборатории опыты Савара. Ему удалось создать струю (жилу, по выражению Тиндаля), прозрачная часть которой достигала длины около 90 футов (27,4 м). Под действием звука органной трубы соответствующей частоты и умеренной силы эта прозрачная жила превращалась в мутную, распадаясь на огромное количество водяных капель.

В одной из статей Тиндаль так описывает свое наблюдение за падением водяной струи в бассейн с водой: «Когда нисходящая струя пересекает жидкую поверхность выше точки перерыва (точки перехода от прозрачной части струи к мутной), причем давление не слишком сильно, то она входит в жидкость молча; но когда эта поверхность пересекает струю ниже точки перерыва, то сейчас же слышится журчание и появляется множество пузырьков. В первом случае не только нет сильного разбрзгивания жид-

¹ Частоту колебаний капли нетрудно оценить так же, как мы делали это в главе 9 «Поющие и безмолвствующие бокалы» для воздушных пузырьков в жидкости: $\nu_0 \sim \frac{\sigma^{1/2}}{\rho^{1/2} r_0^{3/2}}$. Принимая $\sigma = 0,07 \text{ Н/м}$, $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $r_0 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, находим, что $\nu_0 \approx 50 \text{ Гц}$ (чтениеование кадров в кино составляет 24 кадра в секунду, и для нашего глаза уже этого оказывается достаточно для создания иллюзии непрерывности движения).

² Дж. Тиндаль (1820–1893) — английский физик, специалист по оптике, акустике и магнетизму.

кости, но она вокруг основания жилы собирается в кучку, в выступ, где движение противоположно струе».

Описанные свойства водяной струи и были использованы Беллом для устройства водяного микрофона, который показан на рис. 15.2. Он представляет собой металлическую трубку с впаянным патрубком, на который надета воронка. Нижним концом эта трубка установлена на подставке, а верхний прикрыт кусочком эластичной резиновой мембрани, закрепленной на трубке с помощью нити.

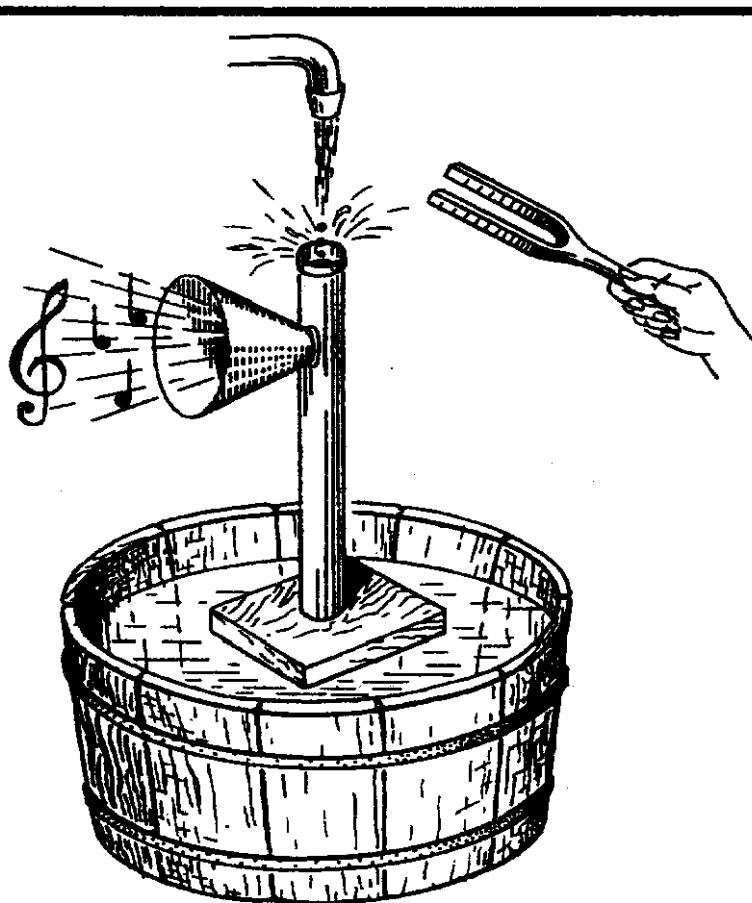


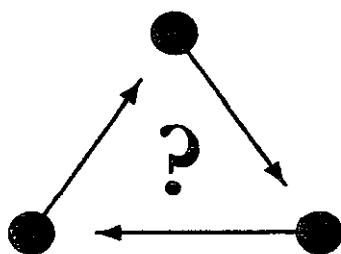
Рис. 15.2: Водяной микрофон Александера Белла усиливал звук за счет энергии падения капель.

Как мы уже знаем из опытов Тиндаля, при попадании струи в бассейн с водой ее нижняя, распавшаяся на капли часть производит шум. Если же в воду входит верхняя, цельная часть струи, то она втекает в бассейн бесшумно. Подобный опыт можно провести и с куском картона. Так, если лист картона, на который падает струя воды, поднимать к ее истоку, то удары капель будут слышны все слабее и слабее, а когда будет достигнута точка перерыва, их не станет слышно совсем.

Мембрана в микрофоне Белла играет роль того же листа картона. Однако благодаря резонатору, которым является трубка, и рупору каждый тихий удар капли слышен гораздо лучше. Таким образом, падающие на резиновую мембранию капли производят в комнате впечатление слабых ударов молота по наковальне.

С помощью описанного водяного микрофона можно, например, убедиться в чувствительности струи воды к музыкальным звукам, о которой писали Савар и Тиндель. Так, если к трубочке, из которой вытекает тонкая струя воды на мембранию, приложить ножку вибрирующего камертона, то струя тут же распадается на капли, которые, ударяя по мембранию, «запоют» так, что захочется заткнуть уши. В этом усилинии слабого исходного звука за счет энергии падающей струи и проявляется действие водяного микрофона. Приложив вместо камертона к трубке часы, можно сделать слышным их ход для всех присутствующих в комнате. Известный в конце XIX века популяризатор научных знаний Б. Донат утверждал, что, приладив к стеклянной трубке, из которой вытекала вода, воронку, он попытался передать через струю звуки своего голоса. При этом струя действительно «заговорила», но так неясно и грубо, и таким ужасным голосом, что все присутствовавшие при этом разбежались¹.

Читая эти строки, остается только радоваться, что основное изобретение Белла — телефон с электрическим микрофоном — этого недостатка лишено.



Вспомнив главу 10 «Пузырь и капля», подумайте, почему капли в струе пульсируют? Пульсируют ли малые капли?

¹ См. сноску на стр. 69.

Глава 16

Как волны передают информацию

Передо мною волны моря.
Их много. Им немыслим счет.
Их тьма. Они шумят в миноре
Прибой как вафли их печет.

Б. Пастернак

Волны

Мы настолько привыкли видеть на экране телевизора события, прошедшие на другом конце света, что даже не удивляемся этому. В современном мире радио, телевидение, телефон позволяют довольно просто получать и передавать необходимую информацию. А ведь еще сравнительно недавно все было совсем иначе...

Для того чтобы передать в Петербург известие о коронации императрицы Елизаветы, происходившей в Москве, на всем пути между этими городами была выстроена цепочка солдат с флагшками. В момент коронации первый солдат взмахнул флагжком, затем следующий и т. д. Так известие о коронации дошло до Петербурга, где выстрелила пушка. Вот таким сложным способом пользовались для передачи информации в не столь далечие времена.

Что же распространялось по этой цепочке? Каждый солдат оставался стоять на месте, но в некоторый момент времени он изменял свое состояние (поднимал флагжок). Это изменение состояния и распространялось по цепочке. В таких случаях говорят, что распространяется волна.

Волны бывают разные в зависимости от того, какая величина изменяется при распространении волны. В акустических (звуковых) волнах колеблется плотность вещества, в электромагнитных (свет, радио, телевидение и т. п.) колеблются напряженности электрического и магнитного

полей. Бывают температурные волны, волны концентрации при химических реакциях, волны эпидемий и т. п. Образно говоря, волны пронизывают все здание современной науки.

Простейший тип волны — монохроматическая волна, когда в каждом месте изменение состояния происходит со временем по гармоническому закону с определенной частотой (по закону синуса или косинуса). Монохроматические звуковые волны называют музыкальными тонами. Их возбуждают, например, с помощью камертонов. Монохроматические световые волны получают с помощью лазеров. Волны, близкие к монохроматическим, можно возбудить на поверхности воды, периодически погружая в нее какой-то предмет. В цепочке солдат также можно получить похожие волны.

Представьте себе, что каждый солдат не просто взмахнул флагом, а совершает им колебания, периодически поднимая и опуская флагок. Каждый следующий солдат повторяет эти колебания, но с некоторым опозданием (сдвигом по фазе). По цепочке солдат побежит волна. Нечто подобное можно увидеть во время спортивных праздников, когда цепочки людей совершают периодические движения со сдвигом по фазе.

Это красивое зрелище радует глаз, но могут ли передавать информацию такие волны? Очевидно, что нет. Периодически повторяющиеся во времени колебания не несут нам ничего нового, не передают информацию. А вот с помощью единичного взмаха можно было сообщить о начале коронации. Чем же отличаются эти волны? Представьте себе мгновенную картину распространения волны. В первом случае в движение вовлечены все солдаты цепочки, а во втором — только один солдат. Другими словами, при передаче сигнала волна в каждый момент времени имеет ограниченную протяженность в пространстве.

Можно сделать так, что взмахи в цепочке будут совершать одновременно не один, а два, три или даже несколько стоящих рядом солдат. Тогда протяженность сигнала увеличится. Пользуясь сигналами разной длины, можно передать не только информацию о начале коронации, но и вообще любую информацию (например, с помощью азбуки Морзе, о которой вы, наверное, слышали; правда, изобретена она была гораздо позже, в 1835 году)¹.

Ясно, что для передачи информации можно пользоваться не только цепочкой солдат — бывают звуковые, световые и т. п. сигналы. Самое интересное, что любой сигнал можно представить как сумму монохроматических волн с разными частотами (составить из таких волн).

¹ Удивительно, но морской семафор, в котором разные положения красного и желтого флагков обозначают разные буквы и цифры, появился еще позже, в 1880 году. (Прим. ред.)

Эту возможность дает нам принцип интерференции: при распространении волн колебания в каждом месте пространства складываются. В зависимости от сдвига фаз между колебаниями они могут усилить друг друга (при нулевой разности фаз получаются колебания с двойной амплитудой (рис. 16.1, *a*)), а могут и ослабить (если колебания находятся в противофазе, они полностью гасят друг друга (рис. 16.1, *b*)). Оказывается, что амплитуды и частоты складываемых монохроматических волн можно подобрать таким образом, что волны гасят друг друга почти во всем пространстве, кроме определенной области, где, напротив, происходит их усиление.

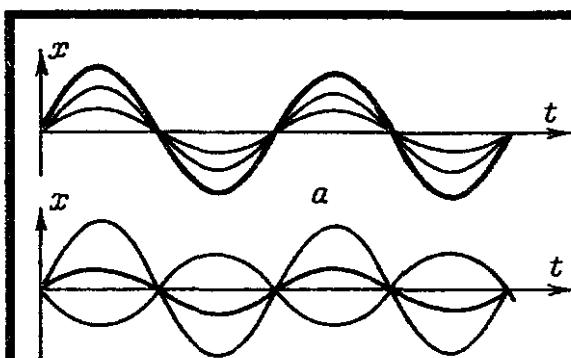


Рис. 16.1: В зависимости от сдвига фазы монохроматические волны могут усиливать или ослаблять друг друга.

На рис. 16.2 показан результат сложения большого числа N волн одинаковой амплитуды A_0 с частотами, лежащими в небольшом интервале шириной $2\Delta\omega$ около основной частоты ω_0 . Это как бы мгновенная фотография волны, показывающая изменение колеблющейся величины A в разных точках пространства в фиксированный момент времени. Имеется центральный максимум с амплитудой NA_0 и множество побочных с быстро убывающими амплитудами. Так что, действительно, в основном волны гасят друг друга, а их усиление происходит в области центрального максимума.

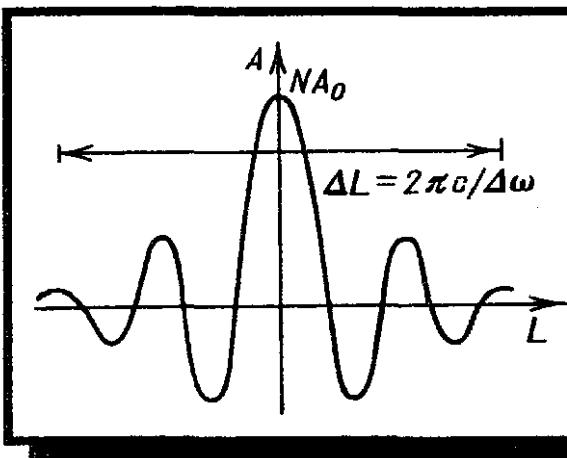


Рис. 16.2: Складываясь, большое число монохроматических волн может образовать короткий импульс.

Важно отметить, что эта область не стоит на месте, а движется со скоростью распространения волны. Если скорость с распространения монохроматических волн всех частот одинакова (как, например, при распространении электромагнитных волн в вакууме), то и максимум движется со скоростью c , а его ширина постоянна и равна $\Delta L = 2\pi c / \Delta\omega$. Так что длительность сигнала $\Delta t = 2\pi / \Delta\omega$.

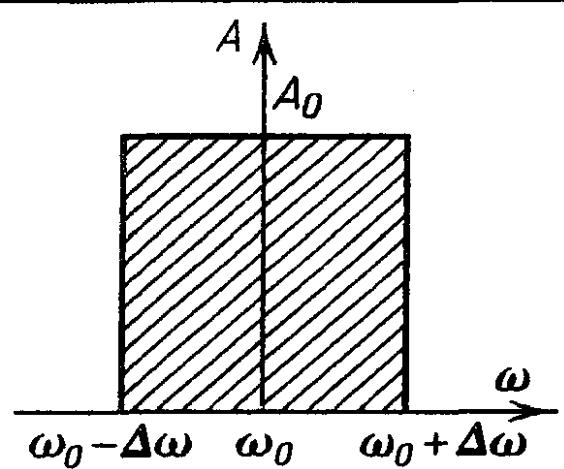
Получается удивительно простое фундаментальное соотношение

$$\Delta\omega\Delta t = 2\pi.$$

Длительность сигнала и ширина набора частот волн, из которых сигнал состоит, связаны обратно пропорциональной зависимостью. Качественно это соотношение понятно: если имеется длинный обрывок синусоиды, соответствующий сигналу большой длительности (Δt велико), то это почти монохроматическая волна ($\Delta\omega$ мало), А чтобы составить короткий сигнал, нужно сложить много волн с разными частотами. Все, наверное, замечали, что удар молнии вызывает помехи в радиоприемнике во всех диапазонах частот.

Итак, каждый сигнал можно составить из монохроматических волн или же, говоря по-другому, разложить на такие волны. Зависимость амплитуды монохроматических волн, образующих сигнал, от их частоты называется спектром сигнала¹. В рассмотренном нами случае спектр — прямоугольник высотой A_0 и шириной $2\Delta\omega$, показанный на рис. 16.3. Это, конечно, простейший спектр. Спектры сигналов так же, как и сигнал, могут иметь самые различные формы.

Рис. 16.3: Спектр импульса, изображенного на рис. 16.2.



Когда мы, например, произносим звуки, то заставляем определенным образом колебаться воздух, и эти колебания распространяются в виде зву-

¹ Иногда спектром называют только набор частот монохроматических волн, образующих сигнал. Но наше определение более полное, так как задаются еще и амплитуды волн.

ковых сигналов определенной формы. Спектр этих сигналов существенно различается в зависимости от того, произносим мы гласную или согласную. Сигнал, соответствующий гласной, имеет спектр с двумя характерными максимумами при определенных частотах (их называют формантами). Спектр согласной более «размазан» по всей области частот (на рис. 16.4 показан спектр согласной «С»). Существует специальный метод — гармонический анализ, позволяющий находить спектры сигналов и восстанавливать сигналы по известным спектрам.

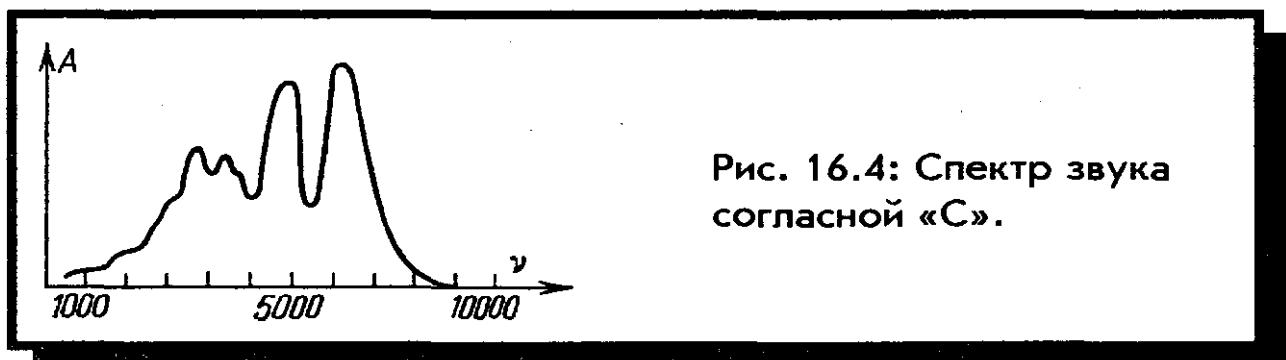


Рис. 16.4: Спектр звука согласной «С».

Интересно, что «кричать» умеют и твердые тела. Тепловое движение приводит в колебание атомы в кристаллической решетке, и такие колебания передаются по телу в виде упругих волн. Это тоже звуковые волны. Однако их спектр имеет максимум при очень высоких частотах, а в области слышимых частот амплитуда звука пренебрежимо мала (например, даже при очень низкой температуре 5 К максимум соответствует частотам 10^{12} — 10^{13} Гц). Так что «услышать», о чём «говорят» твердые тела, можно только с помощью специальных приборов. «Подслушав» эти разговоры (изучив их спектры), ученые узнали много важных «секретов» твердых тел.

Какими же сигналами обычно пользуются для передачи информации? Для связи на коротких расстояниях годятся звуковые сигналы — люди пользуются ими испокон веков. Однако звуковые волны быстро затухают. Тем не менее в Африке еще до недавнего времени пользовались тамтамами для передачи информации по всей стране, повторяя звуки сигналов в каждом селении (так же, как повторяли взмахи флагами солдаты в цепочке). Таким образом, сигнал по дороге усиливался (ретранслировался).

В наше время для передачи информации обычно пользуются электромагнитными волнами, способными распространяться на большие расстояния. Из них формируют те или иные сигналы. Можно, например, «застать» электромагнитную волну переносить звуковые сигналы. Для этого частоту волны задают постоянной (ее называют несущей частотой), а вот амплитуду меняют в такт со звуковыми колебаниями (рис. 16.5). Таким образом формируют последовательность сигналов, передающих нужную

информацию. В приемном пункте сигналы расшифровывают (детектируют) — выделяют огибающую, соответствующую звуковым колебаниям. Этот метод называют амплитудной модуляцией. Он широко применяется при передаче радио и телепрограмм¹.

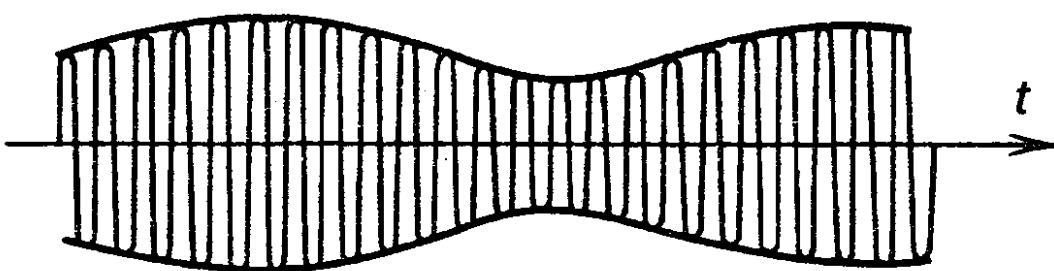


Рис. 16.5: Амплитуда несущей амплитудно модулированной волны изменяется в соответствии с передаваемым низкочастотным сигналом.

Возникает вопрос: а как много информации за единицу времени можно передавать с помощью волн? Чтобы разобраться в этом, рассмотрим следующий способ передачи информации. Известно, что любое число можно записать в двоичной системе в виде последовательности нулей и единиц. Точно так же и любую информацию можно закодировать — записать в виде последовательности сигналов и их пропусков определенной длительности. Сигналы можно передавать, используя амплитудную модуляцию (рис. 16.6). Чем с большей скоростью мы хотим передавать информацию, тем короче должны быть эти сигналы. Но при надежной передаче информации длительность сигнала не должна быть меньше периода несущей синусоиды. Это и дает ограничение на скорость передачи информации. Хотите увеличить скорость передачи информации — увеличивайте несущую частоту. Фактически тут «работает» уже обсуждавшееся соотношение для длительности сигнала: $\Delta t \approx 2\pi/\Delta\omega$, где $\Delta\omega$ становится порядка ω_0 .

¹ Конечно, в процессе модуляции результирующая электромагнитная волна перестает быть монохроматической. Так, в случае простейшей амплитудной модуляции, несущей волны с частотой ω_0 и амплитудой

$$A(t) = A_0(1 + \alpha \sin \Omega t) \quad (\text{рис. 16.5}), \quad (16.1)$$

$$x(t) = A(t) \cdot \sin \omega_0 t = A_0 \sin \omega_0 t + \frac{\alpha A_0}{2} [\cos(\omega_0 - \Omega)t - \cos(\omega_0 + \Omega)t]. \quad (16.2)$$

Как видим, спектр даже такого простейшего модулированного сигнала содержит в себе уже частоты $\omega_0 - \Omega$, ω_0 , $\omega_0 + \Omega$.

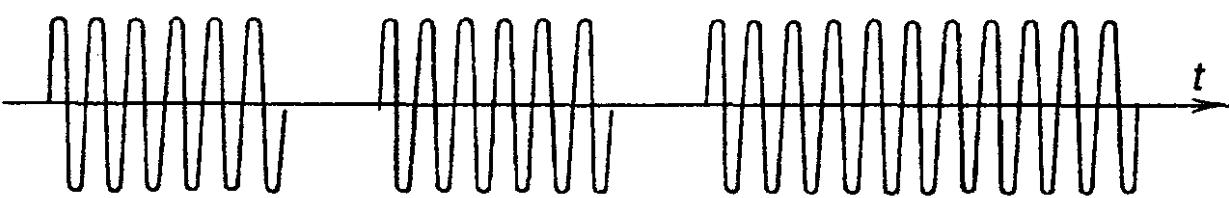


Рис. 16.6: Цифровую информацию можно передавать, просто включая и выключая несущую волну.

Например, для передачи музыкальных программ достаточно пользоваться электромагнитными волнами с частотой порядка сотен килогерц: человеческое ухо воспринимает сигналы с частотой до 20 кГц, и в этом случае интервал частот, составляющих сигнал, будет по крайней мере на порядок меньшим несущей частоты. Однако для передачи телевизионных программ такие частоты уже не годятся. Изображение на экране воспроизводится 25 раз в секунду и в свою очередь состоит из десятков тысяч отдельных точек. Поэтому требуется частота модуляции порядка 10^7 Гц и соответственно несущая частота должна лежать в области десятков-сотен мегагерц. Вот почему в телевидении пришлось пользоваться высокочастотными, а следовательно, и ультракороткими волнами с длиной волны порядка метра, хотя распространяются они лишь в пределах прямой видимости¹.

Если же для передачи информации воспользоваться светом, у которого частота колебаний 10^{15} Гц, то можно повысить скорость передачи информации на много порядков. И хотя сама по себе идея стара (впервые передачу звука с помощью световых сигналов осуществил изобретатель телефона А. Белл² еще в 1880 г.), она стала технической реальностью только в наше время. Для этого должны были появиться источники монохроматического света — лазеры, специальные световоды из оптических

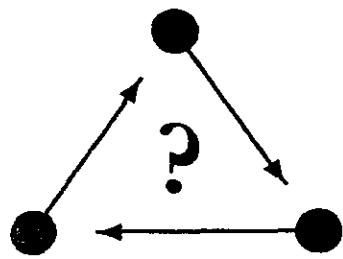
¹ Интересно упомянуть, что первые телевизионные приемники (с механической разверткой), появившиеся еще в 20-х годах XX века, работали в диапазоне средних волн. Получаемое на них изображение в силу указанных выше причин было столь низкого качества, что передаваемый образ распознавался с большим трудом. Это и потребовало дальнейших исследований и перехода в диапазон метровых волн с использованием электронной развертки.

Однако любопытно, что такое «средневолновое телевидение» имело и свое преимущество — благодаря дальнему (по сравнению с УКВ) распространению средних волн передачи, идущие, например, из Берлина, без всяких ретрансляторов и спутников связи можно было принимать в Москве.

² С которым вы уже встречались в предыдущей главе см. стр. 135.

волокон, передающие свет с очень малыми потерями, электронное оборудование для эффективного кодирования и раскодирования сигналов.

Сейчас можно с определенностью сказать, что эпоха медных проводов отходит в прошлое и развитие сверхскоростных и сверхмасштабных сетей передачи информации связано с волоконной оптикой.



Попробуйте изобразить спектр волны частотой 1000 кГц, промодулированной по амплитуде звуком согласной «С», спектр которого изображен на рис. 16.4

Глава 17

Почему гудят провода

Прохладою дышит
Там ветер вечерний, и в листьях шумит
И ветви колышет
И арфу лобзает... Но арфа молчит...

.....
И вдруг... из молчанья
Поднялся протяжно задумчивый звон.

B. Жуковский
Эоловая арфа

Еще древние греки заметили, что струна, натянутая на ветру, иногда начинает мелодично звучать — петь. Возможно, уже тогда была известна эолова арфа, названная по имени бога ветра Эола. Эолова арфа состоит из рамки, на которой натянуто несколько струн; ее помещают в таком месте, где струны обдуваются ветром. Если даже ограничиться одной струной, можно получить целый ряд различных тонов. Нечто подобное, но с гораздо меньшим разнообразием тонов происходит, когда ветер приводит в движение телеграфные провода.

Довольно долго это и многие другие явления, связанные с обтеканием тел воздухом и водой, не были объяснены. Только Ньютон, основоположник современной механики, дал первый научный подход к решению таких задач.

По закону сопротивления движению тел в жидкости или газе, открытому Ньютоном, сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости:

$$F = K\rho v^2 S.$$

Здесь v — скорость тела, S — площадь его сечения, перпендикулярного направлению скорости, ρ — плотность жидкости.

В дальнейшем выяснилось, что формула Ньютона верна не всегда. В том случае, когда скорость движения тела мала по сравнению со скоростями теплового движения молекул, закон сопротивления Ньютона уже не справедлив. Как мы уже обсуждали в предыдущих разделах, при достаточно медленном движении тела сила сопротивления пропорциональна его скорости (закон Стокса), а не ее квадрату, как это происходит при быстром движении. Такая ситуация возникает, например, при движении мелких капель дождя в облаке, при оседании осадка в стакане, при движении капель вещества *A* в «Волшебной лампе». Однако в современной технике с ее стремительными скоростями обычно справедлив закон сопротивления Ньютона.

Казалось бы, раз известны законы сопротивления, можно объяснить гудение проводов или пение золовой арфы. Но это не так. Ведь если бы сила сопротивления была постоянной (или росла с увеличением скорости), то ветер просто натягивал бы струну, а не возбуждал ее звучания.

В чем же дело? Чтобы объяснить звучание струны, оказывается недостаточно тех простых представлений о силе сопротивления, которые мы только что разобрали. Давайте обсудим более детально некоторые типы течения жидкости вокруг неподвижного тела (это удобнее, чем рассматривать движение тела в неподвижной жидкости, а ответ, разумеется, будет тот же). Посмотрите на рис. 17.1. Это случай малой скорости жидкости. Линии тока жидкости огибают цилиндр (на рисунке показано сечение) и плавно продолжаются за ним. Такой поток называется *ламинарным*. Сила сопротивления в этом случае обязана своим происхождением внутреннему трению в жидкости (вязкости) и пропорциональна v . Скорость жидкости в любом месте, так же как и сила сопротивления, не зависит от времени (поток стационарный). Этот случай для нас не представляет интереса.

Рис. 17.1: Линии медленного ламинарного потока вокруг цилиндрической проволоки.



Но взгляните на рис. 17.2. Скорость потока увеличилась, и в области за цилиндром появились водовороты жидкости — вихри. Трение в этом случае уже не определяет полностью характер процесса. Все большую

роль начинают играть изменения количества движения, происходящие не в микроскопическом масштабе, а в масштабе, сравнимом с размерами тела. Сила сопротивления становится пропорциональной v^2 .

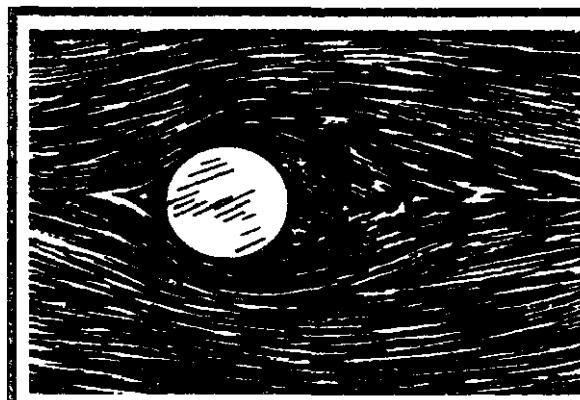


Рис. 17.2: При больших скоростях за проволокой возникают вихри.

И, наконец, на рис. 17.3 скорость потока еще больше возросла, и вихри выстроились в правильные цепочки. Вот он, ключ к объяснению загадки! Эти цепочки вихрей, периодически срывающихся с поверхности струны, и возбуждают ее звучание, подобно тому, как вызывают звучание струн гитары периодические прикосновения к ним пальцев музыканта.



Рис. 17.3: В быстрых потоках за обтекаемым телом образуется периодическая цепочка вихрей.

Явление правильного расположения вихрей позади обтекаемого тела впервые было изучено экспериментально немецким физиком Бенаром в начале нашего века. Но только благодаря последовавшим вскоре работам Кармана¹ такое течение, казавшееся сначала весьма своеобразным, получило объяснение. По имени этого ученого система периодических вихрей сейчас называется дорожкой Кармана.

По мере дальнейшего возрастания скорости у вихрей остается все меньше и меньше времени, чтобы расплываться на большую область жидкости. Вихревая зона становится узкой, вихри перемешиваются, и поток

¹ Т. фон Карман (1881–1963) родился в Венгрии, во время Второй Мировой Войны работал в США, затем в ФРГ. Специалист по ракето- и самолетостроению, аэро- и гидромеханике. Создатель первых сверхзвуковых самолетов.

становится хаотичным и нерегулярным (турбулентным). Правда, при очень больших скоростях в экспериментах последнего времени обнаружено появление какой-то новой периодичности, но детали ее до сих пор пока еще не ясны.

Может показаться, что вихревая дорожка Кармана — просто красивое явление природы, не имеющее практического значения. Но это не так. Провода линий электропередачи также колеблются под действием ветра, дующего с постоянной скоростью, из-за отрыва вихрей. В местах крепления проводов к опорам возникают значительные усилия, которые могут приводить к разрушениям. Под действием ветра раскачиваются высокие дымовые трубы.

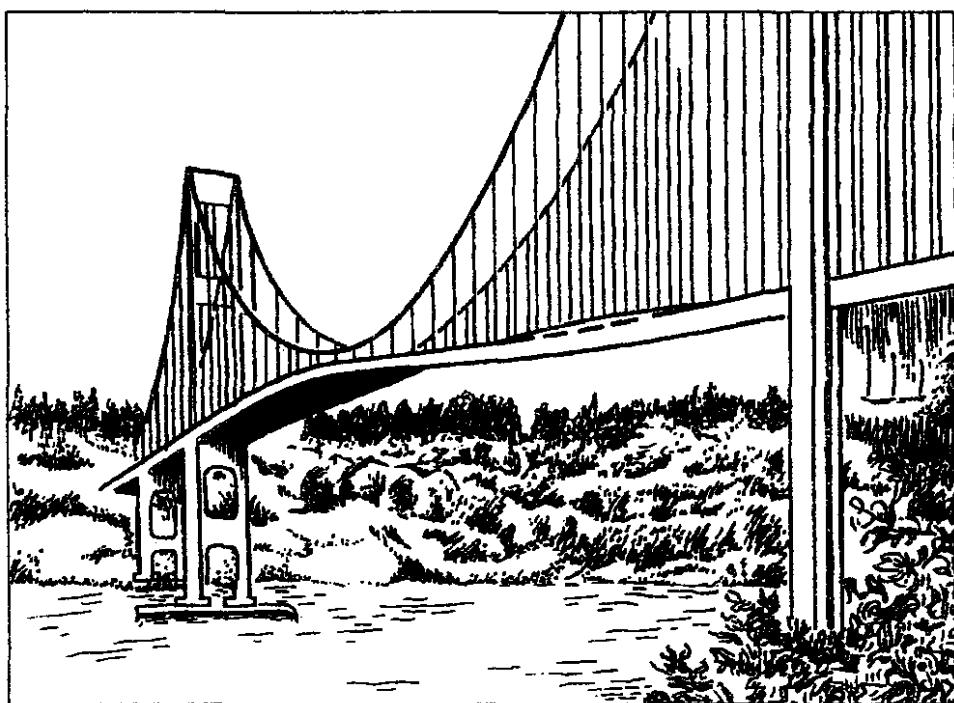


Рис. 17.4: Раскачивание колебаний турбулентными вихрями привело в 1940 г. к разрушению Такомского моста в США.

Однако наиболее широкую известность, безусловно, приобрели колебания Такомского моста в Америке. Этот мост простоял всего несколько месяцев и разрушился 7 ноября 1940 г. На рис. 17.4 показан вид моста во время колебаний. Вихри отрывались от несущей конструкции проезжей части моста. После длительных исследований мост был воздвигнут снова, только поверхности, обдуваемые ветром, имели другую форму. Таким образом, была устранена причина, вызывавшая колебания моста.

Глава 18

Следы на песке

Изо всех двухсот миллиардов мужчин, женщин и детей, которые когда-либо прошли по влажному песку с сотворения мира до собрания Британской Ассоциации в Абердине в 1885 г., сколько найдется таких, которые на вопрос «Сжался ли песок под вашей ногой?» ответили бы иначе, чем «да»!

Лорд Кельвин

Балтиморские лекции, 1904 г.

А задумывались ли вы над ответом на этот вопрос? На первый взгляд кажется, что, утрамбовывая песок, мы всегда делаем его более плотным, заставляем песчинки теснее прижиматься друг к другу. Но в действительности дело может обстоять иначе. И доказательство этому — следы, которые остаются на некоторое время сухими, когда ступаешь по мокрому песку у берега моря или реки. Вот что говорил по этому поводу О. Рейнольдс¹ — ученый, известный своими работами по гидродинамике, в докладе на собрании Британской Ассоциации в 1885 г.: «Когда нога надавливает на песок, плотный после ушедшего прилива, участок, находящийся вокруг ноги, тотчас же становится сухим... Надавливание ноги разрыхляет песок, и чем сильнее оно, тем больше воды уходит... Оно делает песок сухим до тех пор, пока снизу не прибудет достаточное количество воды».

Так почему же в результате надавливания увеличивается пространство между песчинками, и имеющейся воды уже недостаточно, чтобы заполнить его? Этот вопрос не случайно волновал ученых XIX века. Ответ на него

¹О. Рейнольдс (1842–1912) — английский физик и инженер, специалист по теориям турбулентности и вязких потоков, теории смазки.

имеет самое прямое отношение к атомному строению вещества. Давайте и мы попробуем разобраться в этом вопросе.

Плотная упаковка шаров

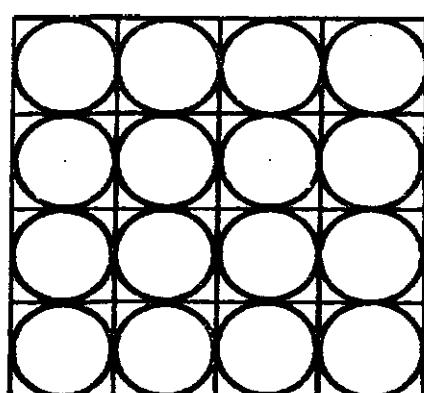
Можно ли заполнить твердыми шарами все пространство? Разумеется, нет — между ними всегда остаются свободные промежутки¹. Доля пространства, занимаемая шарами, называется плотностью их упаковки. Чем теснее расположены шары, чем меньше свободного места между ними, тем больше плотность упаковки. Когда же достигается максимальная плотность упаковки одинаковых твердых шаров? Ответ на этот вопрос дает ключ к разгадке «тайны» следов на песке.

Исследуем вначале более простой случай — упаковки одинаковых кругов на плоскости. Плотной упаковки кругов можно достичь, вписывая их в мозаики, составленные из правильных многоугольников, заполняющих всю плоскость. Существуют только три способа построения таких мозаик — из правильных треугольников, квадратов и правильных шестиугольников. Упаковки кругов с использованием квадратной и шестиугольной мозаик показаны на рис. 18.1. Даже «на глаз» видно, что второй способ (б) более экономичен. Точный расчет (вы вполне сможете провести его сами) показывает, что в этом случае кругами заполнено 90,7 % плоскости, в то время как в первом случае (а) — только около 78 %. Шестиугольный способ упаковки на плоскости — самый плотный. По-видимому, из-за этого его и используют пчелы при построении сот.

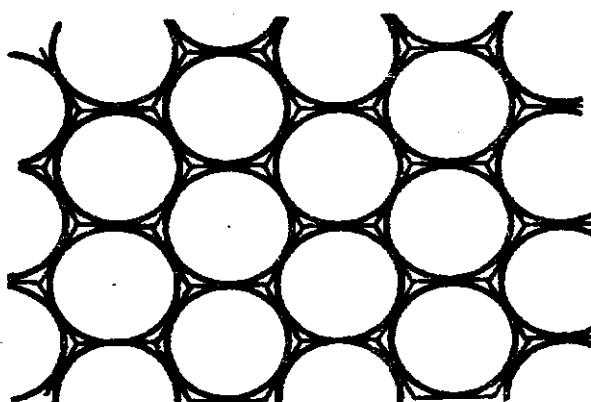
Плотную упаковку шаров в пространстве можно осуществить следующим образом. Расположим на плоскости первый слой шаров уже известным нам наиболее плотным способом. Затем можно положить на них второй точно такой же слой. Если располагать каждый шар верхнего слоя в точности над нижним, так что все шары окажутся вписанными в кубические соты, то слишком много пространства окажется неиспользованным. При таком способе укладки шаров заполняется только 52 % пространства.

Ясно, как можно упаковать шары плотнее. Для этого верхний шар надо располагать в лунке, образованной тремя соседними нижними шарами. Но при этом верхние шары не смогут заполнить все лунки — одно из двух соседних углублений всегда остается свободным (рис. 18.2). Поэтому, когда мы укладываем третий слой шаров, сделать это можно будет двумя способами: либо расположить шары третьего слоя над теми углублениями

¹ В принципе, пространство можно заполнить шарами, радиусы которых r_1, r_2, \dots образуют стремящуюся к нулю последовательность: $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n = 0$. Правда, с физической точки зрения это не представляет интереса. (Прим. ред.)



а



б

Рис. 18.1: Упаковка равных кругов на плоскости в ячейки правильных мозаик.

в первом слое, которые шары второго слоя оставили свободными (центр одного из шаров на рис. 18.2, б будет находиться в точке *A*), либо — как раз над шарами первого слоя (при этом центр одного из шаров третьего слоя окажется в точке *B*). Для последующих слоев порядок расположения шаров сохраняется. В результате получаем два способа плотной упаковки шаров, показанные в пространстве на рис. 18.3. В обоих случаях шарами заполнено около 74 % пространства.

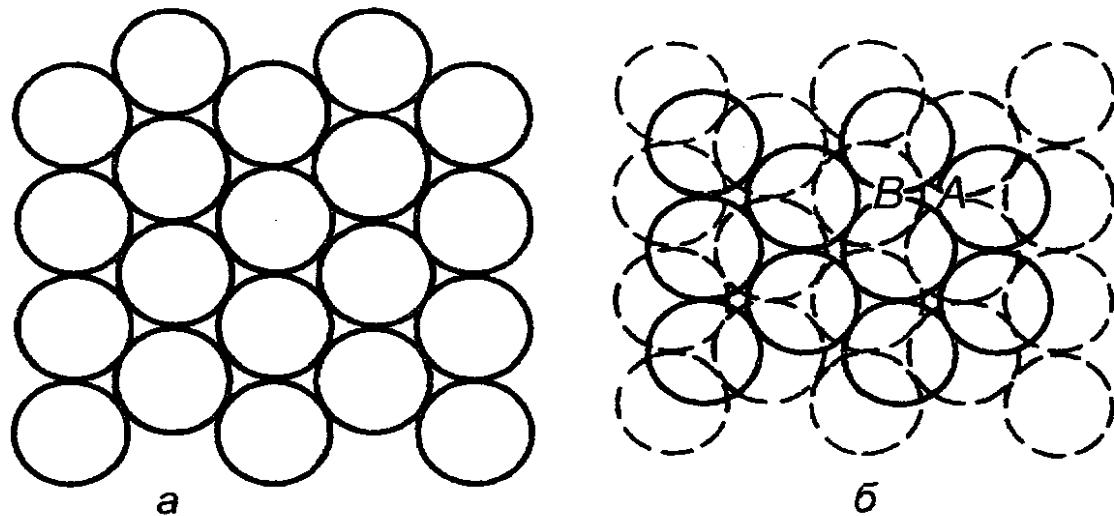
Легко подсчитать, что при таком способе упаковки каждый шар со-прикасается с 12 соседними шарами. Точки соприкосновения образуют вершины четырнадцатигранника¹. Его грани — чередующиеся квадраты и равносторонние треугольники. Так, при втором способе плотной упаковки (рис. 18.3, б) получается кубоктаэдр², показанный на рис. 18.4.

До сих пор мы рассматривали лишь такие способы упаковки шаров, при которых они вписываются в периодические «соты»³. А можно ли достичь плотной упаковки, отказавшись от этого условия? Один из способов показан на рис. 18.5. Шары в каждой плоскости расположены по сторонам правильных пятиугольников (пентагонов). В каждом пентаго-

¹ Греческое слово *теттаракаидекаэдр* (*τετταρακαιδεκαεδρον*), как правило, не используют (Прим. ред.).

² Кубоктаэдр относится к так называемым Архимедовым телам. Этот класс включает 13 выпуклых многогранников с конгруэнтными вершинами, поверхности которых образованы правильными многоугольниками двух типов. Название *кубоктаэдр* принадлежит И. Кеплеру (см. стр. 159). Упаковка, изображенная на рис. 18.3, б не связана с Архимедовыми телами, поскольку она порождает вершины двух разных типов. (Прим. ред.)

³ Иными словами, центры шаров образуют периодическую решетку. (Прим. ред.)



**Рис. 18.2: Плотная упаковка шаров в пространстве
(штрихами показан нижний слой.)**

не соседние шары касаются друг друга, но шары, относящиеся к разным пентагонам одной плоскости разделены в пространстве. Стороны пентагонов чередующихся слоев попеременно содержат четное и нечетное число шаров. Коэффициент заполнения пространства в такой структуре равен 72 % и лишь немного уступает случаю плотной упаковки, показанному на рис. 18.2. Можно упаковывать шары, не образуя из центров решетку, более плотно, достигнув коэффициента заполнения 74 %, однако существуют ли еще более плотные упаковки — этот вопрос остается открытым до сих пор.

Вернемся к следам на песке. Мы теперь знаем, что существуют особые упаковки шаров, при которых остается очень мало пустого пространства между ними. Если нарушить такое расположение, выведя, например, шары одного слоя из лунок другого слоя, то промежутки между шарами увеличиваются. Ясно, однако, что песчинки никто не упаковывает специальным образом. Как же достичь плотной упаковки песчинок?

Вспомним житейский опыт. Вам надо заполнить сосуд крупой так, чтобы в него вместилось максимальное ее количество. Что вы при этом делаете? Потряхиваете сосуд или постукиваете по нему, добиваясь желаемого эффекта. Даже после плотной утрамбовки крупы в сосуде можно с помощью такого приема уместить еще какое-то дополнительное ее количество.

Научное исследование этого вопроса предпринял в 50-х годах английский ученый Г. Скотт. Он заполнял шариками от подшипников сферические

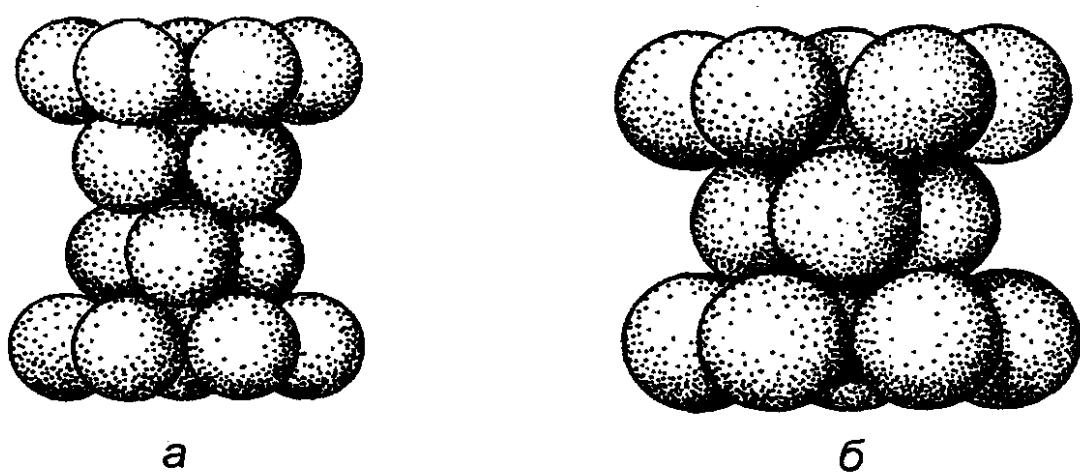


Рис. 18.3: Пространственная картина, показывающая два способа плотной упаковки шаров.

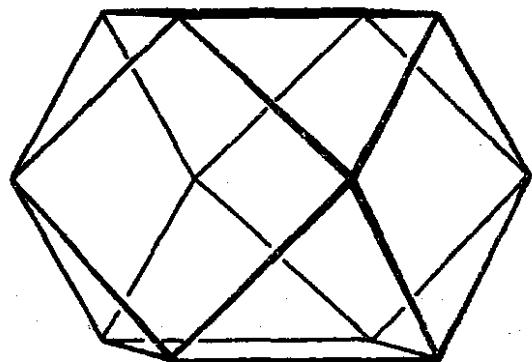


Рис. 18.4: Кубоктаэдр Кеплера.

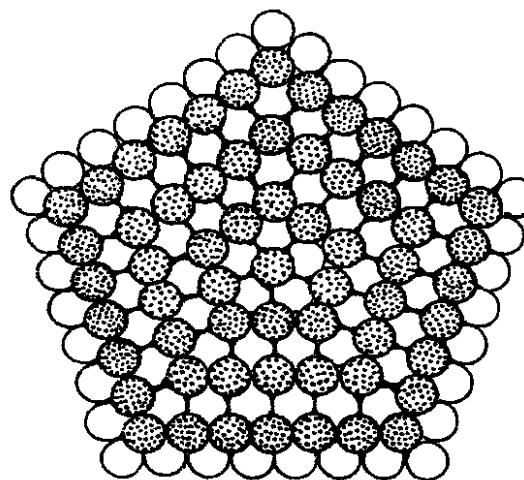
бутылки разных размеров. Если заполнять бутылки без потряхивания так, чтобы шарики располагались случайным образом, экспериментально наблюдается следующая зависимость плотности упаковки от числа шариков:

$$\rho_1 = 0,6 - 0,37/\sqrt[3]{N},$$

где N — полное число шариков. Если число шариков очень велико (а в опытах N достигало нескольких тысяч), то видно, что плотность упаковки стремится стать постоянной и соответствующей заполнению 60 % пространства. А вот если потряхивать бутылку по мере ее заполнения, плотность упаковки возрастает:

$$\rho_2 = 0,64 - 0,33/\sqrt[3]{N}.$$

Рис. 18.5: Пентагональная упаковка шаров.



Правда, и в этом случае она получается гораздо меньшей 74 %, соответствующих регулярному расположению шариков.

Стоит задуматься над приведенными здесь экспериментами. Почему поправка обратно пропорциональна $\sqrt[3]{N}$? Шарики, расположенные у стенок сосуда, находятся в особом положении по сравнению с шариками в объеме и влияют на плотность упаковки. Величина их вклада пропорциональна отношению площади поверхности ($\sim R^2$) к объему сосуда ($\sim R^3$) и убывает обратно пропорционально размеру системы (R). Под объемом системы мы понимаем полный объем пространства, занимаемого шариками вместе со свободными промежутками. Размер $R \sim \sqrt[3]{N}$, так как объем системы пропорционален полному числу шариков. Такие зависимости часто возникают в физике, когда надо учитывать поверхностные эффекты.

Таким образом, точные эксперименты подтверждают житейский опыт и показывают, что, потряхивая зернистую среду, можно достичь большей плотности упаковки. Но почему же все-таки это происходит? Дело в том, что устойчивому положению равновесия всегда соответствует минимум потенциальной энергии. Шарик может устойчиво лежать в ложбинке, но с вершины горки он обязательно скатится. Нечто подобное происходит и здесь. Шарики при потряхивании скатываются в свободные промежутки, плотность упаковки увеличивается, а общий объем системы уменьшается. В результате понижается уровень заполнения сосуда шариками, а следовательно, опускается центр масс и уменьшается потенциальная энергия системы.

Теперь, наконец, можно с достаточной ясностью представить себе, что происходит с песком. Движение воды встряхивает песок, и в результате достигается плотная упаковка песчинок. Сдавливая песок ногой, мы на-

рушаляем эту упаковку и увеличиваем размер пор¹. Вода из верхних слоев песка уходит вглубь, заполняя эти увеличившиеся промежутки. В результате песок «высыхает». Когда ногу убирают, деформация исчезает, плотная упаковка восстанавливается, а вытесненная из вновь уменьшившихся промежутков вода заполняет след, оставленный ногой. Может случиться и так, что после сильного нажатия плотная упаковка не восстанавливается. Тогда след станет снова мокрым, лишь когда вода поднимется из нижних слоев и заполнит увеличившиеся поры.

Любопытно, что это свойство сыпучих сред знали еще индийские факиры. Один из трюков состоял в том, что в сосуд с узким горлышком, доверху наполненный рисом, многократно втыкали длинный узкий нож. В какой-то момент нож застревал в рисе, и можно было, потянув нож, поднять сосуд с рисом.

Очевидно, секрет состоял в том, что при втыкании ножа упаковка рисовых зерен уплотнялась так же, как при встряхивании. Этот процесс можно представить себе, как распространение в рыхлой среде своего рода волны сжатия. Вначале рис уплотнялся непосредственно вблизи от лезвия, а в объеме и рядом со стенками по-прежнему лежал относительно свободно. Граница раздела рыхлой и плотной укладок играла роль (довольно пологого) «фрона волны». С каждым новым ударом клинка фронт расширялся и наконец достигал стенок, то есть весь рис в сосуде оказывался плотно упакован. В этот момент свойства сыпучей среды коренным образом менялись: рис становился «несжимаемым», дальше уплотнять было некуда. Вот тут-то кинжал и застревал, ибо резко возрастали силы, сдавливающие рисинки. Вследствие этого трение между ними и лезвием повышалось и оказывалось достаточным, чтобы помешать вытянуть его из риса.

⚠ Если вы решите развлечь подобным фокусом своих гостей, то во избежание неожиданностей не стоит насыпать рис в стеклянную колбу или фарфоровую вазу.

Дальний и ближний порядок

Атомы, из которых состоят все тела, конечно, нельзя считать твердыми шарами. И тем не менее простые геометрические соображения помогают разобраться в строении вещества.

Впервые геометрический подход использовал еще в 1611 г. немецкий

¹Обратите внимание, что согласно Рейнольдсу (см. стр. 152) это относится к песку *вокруг* следа, в то время как песок под ступней остается плотно упакованным. (Прим. ред.)

ученый И. Кеплер¹, высказавший предположение о связи шестиугольной формы снежинок с плотнейшими способами упаковки шаров. М. В. Ломоносов² дал в 1760 г. первое изображение плотнейшей кубической шаровой упаковки и объяснил таким образом форму кристаллических многогранников. А французский аббат Р.-Ж. Гаюи³ в 1783 г. заметил, что любой кристалл можно составить из множества повторенных частей (рис. 18.6). Правильную геометрическую форму кристаллов он объяснил тем, что кристаллы построены из одинаковых маленьких «кирпичиков». Наконец, в 1824 г. немецкий ученый А. Зибер предложил модель кристалла из регулярно расположенных маленьких сфер, взаимодействующих подобно атомам. Плотная упаковка таких сфер соответствует минимуму потенциальной энергии их взаимодействия.

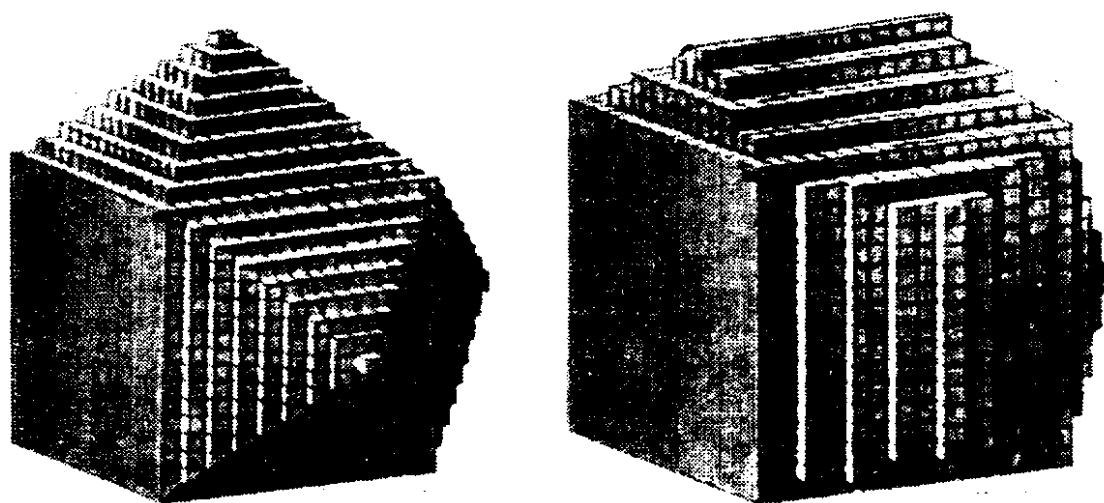


Рис. 18.6: Рисунки из атласа Р.-Ж. Гаюи, изданного в начале XIX-го века.

Описанием структуры кристаллов занимается специальная наука — кристаллография. В наше время периодическое расположение атомов в кристаллах — твердо установленный факт. Электронные микроскопы по-

¹И. Кеплер (1571–1630) — немецкий астроном, создатель небесной механики. Знаменные законы Кеплера, описывающие движение планет, открыли путь к открытию Ньютона закону всемирного тяготения. Интерес Кеплера к многогранникам вызван верой в то, что миром правит математическая гармония. По Кеплеру отношения радиусов орбит планет Солнечной системы могли быть связаны со свойствами правильных многогранников.

²М. В. Ломоносов (1711–1765) — первый в истории России ученый мирового масштаба. С успехом занимался естественными науками, включая физику и химию, а также литературой, стихосложением и живописью. Основал в 1755 году Московский Университет.

³Аббат Р.-Ж. Гаюи (1743–1822) — французский кристаллограф и минералог.

зволяют нам просто увидеть это своими глазами. Тенденция к плотной упаковке несомненно имеется в атомном мире. Около 35 химических элементов кристаллизуются таким образом, что их атомы располагаются в пространстве подобно шарам, показанным на рис. 18.3. Центры атомов (а точнее, атомные ядра) образуют в пространстве так называемую кристаллическую решетку, которая состоит из повторяющихся частей. Простейшие решетки, которые можно составить периодическим сдвигом в пространстве только одного атома, называются решетками Браве (по имени французского морского офицера О. Браве¹, впервые построившего в XIX веке теорию пространственных решеток).

Решеток Браве существует не так много — всего 14 разных типов. Это связано с тем, что далеко не все элементы симметрии могут встречаться в периодических решетках. Отдельный правильный пятиугольник можно, например, поворачивать вокруг оси, проходящей через центр, и он при этом 5 раз совместится сам с собой. В таком случае говорят, что имеется ось симметрии 5-го порядка. Но в решетке Браве такой оси быть не может. Это означало бы, что имеется плоскость, усеянная узлами, образующими правильные пятиугольники. А целиком заполнить плоскость правильными пятиугольниками невозможно (рис. 18.7)!

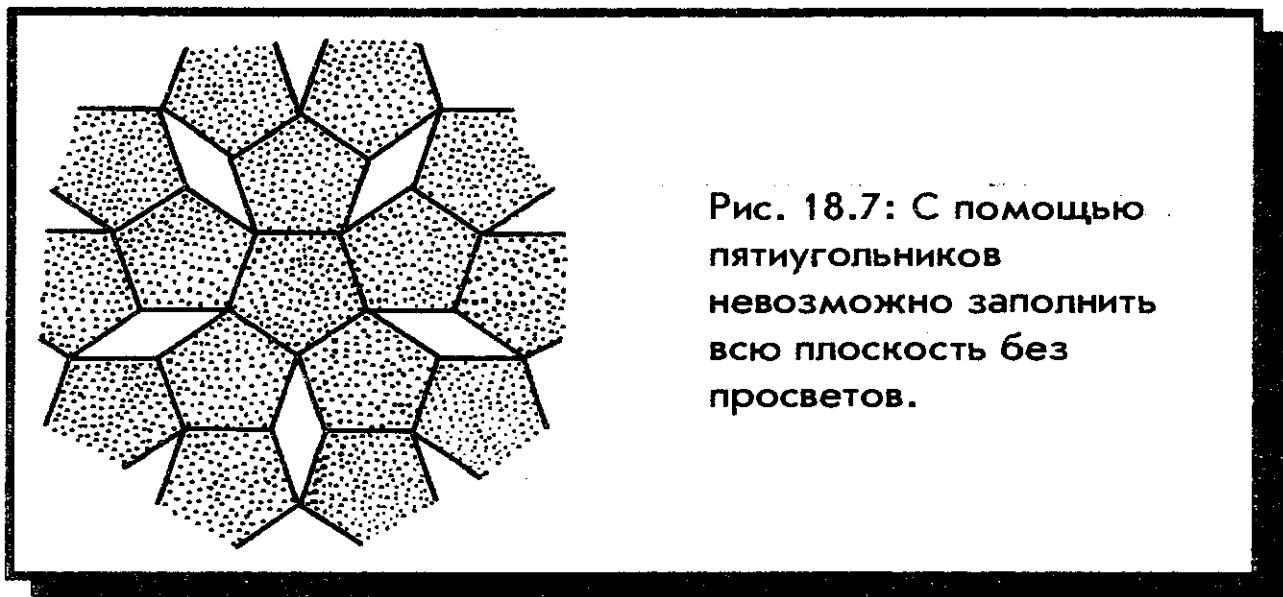


Рис. 18.7: С помощью пятиугольников невозможно заполнить всю плоскость без просветов.

Итак, любой кристалл можно составить из повторяющихся частей. Это свойство кристаллов называют трансляционной симметрией (трансляция — перенос в пространстве). Иначе еще говорят, что в кристаллах имеется дальний порядок. Это, пожалуй, самое характерное свойство кристаллов, которое отличает их от всех других тел.

¹О. Бравэ (1811–1863) — французский кристаллограф.

Есть, однако, не менее важный класс веществ — аморфные тела, в которых дальнего порядка нет. В аморфном состоянии находятся жидкости. Но и твердое тело может быть аморфным. Самый простой пример — обычное стекло. На рис. 18.8 показано строение стекла и кварца, который имеет тот же химический состав, что и стекло. Кварц — кристалл, а стекло — аморфное тело. Хотя дальнего порядка в стекле явно нет, это, однако, не означает, что в расположении атомов царит полный хаос. Определенная структура в расположении ближайших соседей, как видно из рисунка, сохраняется и в стекле. Говорят, что в аморфных телах имеется ближний порядок.

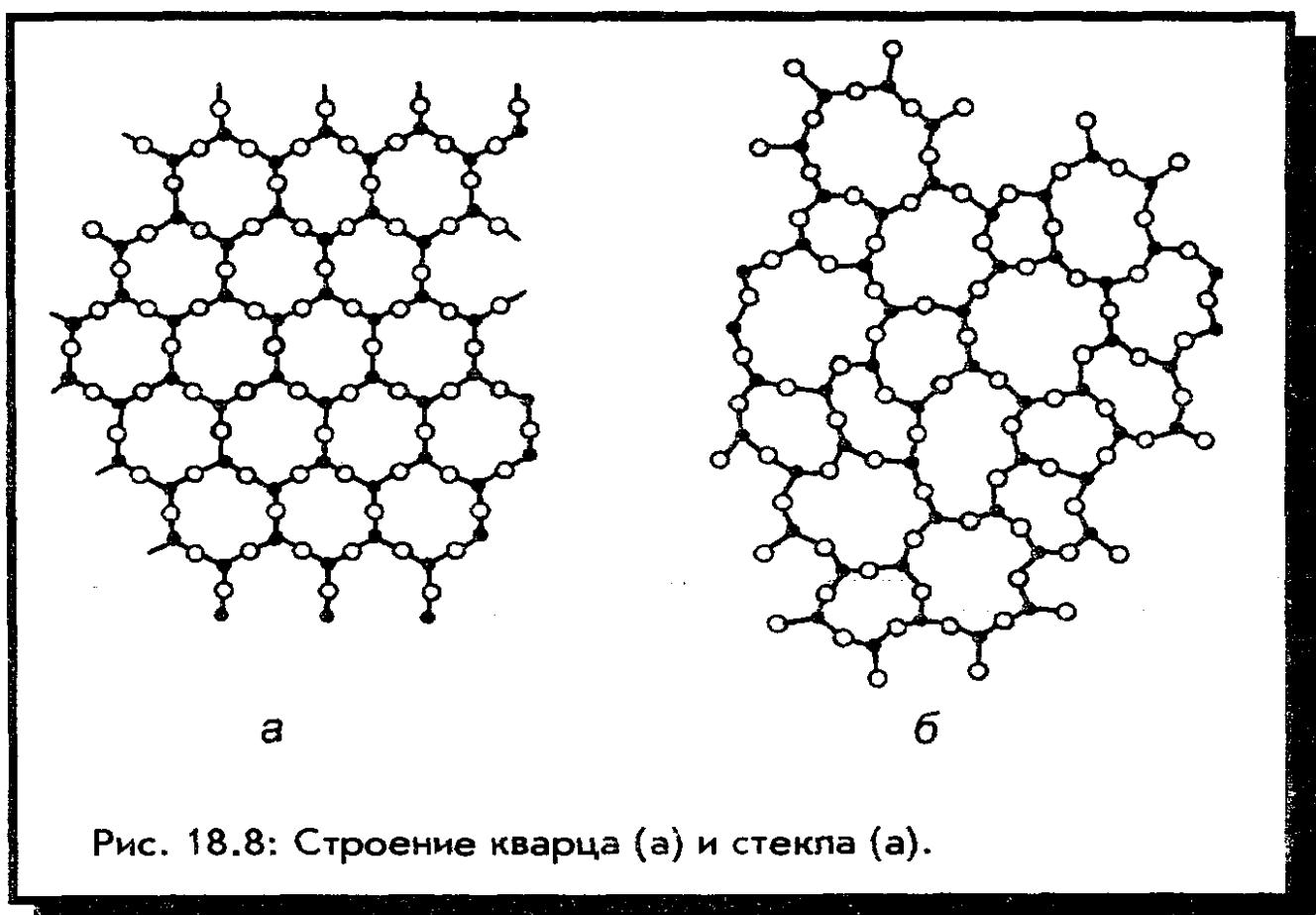


Рис. 18.8: Строение кварца (а) и стекла (б).

Аморфные материалы нашли в последнее время важные применения в технике. Уникальными свойствами обладают аморфные металлические сплавы (металлические стекла). Их получают, очень быстро охлаждая жидкий металл — со скоростью порядка нескольких тысяч градусов в секунду. Достичь этого можно, например, разбрызгивая мелкие капли металла на поверхность быстро вращающегося холодного диска. Капля «размазывается» по диску очень тонким слоем (толщиной в несколько микрометров), и хороший теплоотвод позволяет металлу остывть столь быстро,

что его атомы просто не успевают расположиться правильным образом¹. Оказалось, что аморфные сплавы обладают повышенной твердостью, высокой коррозионной стойкостью, оптимальным сочетанием электрических и магнитных свойств. Область применения таких материалов быстро расширяется.

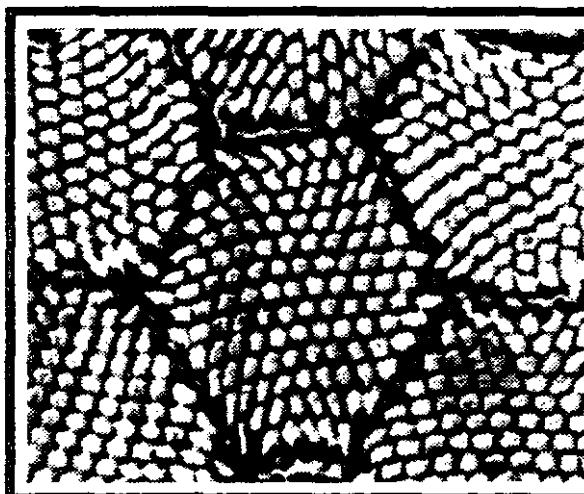


Рис. 18.9: Фотография поперечного сечения сверхпроводящего кабеля.

Интересные опыты по выяснению структуры аморфных тел проделал в 1959 г. английский ученый Дж. Бернал². Однаковые шарики из пластилина были беспорядочно сложены и спрессованы в сплошной ком. Когда их потом разобрали, оказалось, что многогранники, в которые превратились шарики, обладают преимущественно пятиугольными гранями. Такие же опыты проделывали и с круглыми свинцовыми пулями. Если пули до сжатия укладывались наиболее упорядоченно и плотно, то после деформации образовывались почти точные ромбододекаэдры³, а если их насыпали случайно, получались неправильные четырнадцатигранные тела. При этом встречались четырехугольные, пятиугольные и шестиугольные грани, но преобладали пятиугольные.

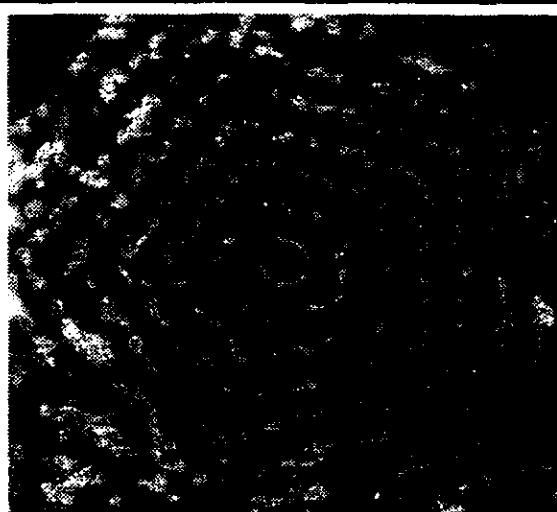
¹При напылении металлического расплава струей на поверхность быстро вращающегося медного барабана удается получать в минуту до километра ленты из твердого металлического стекла.

²Дж. Бернал (1901–1971) — английский физик, специалист по рентгеноструктурному анализу; изучал структуры металлов, белков, вирусов и т. д.

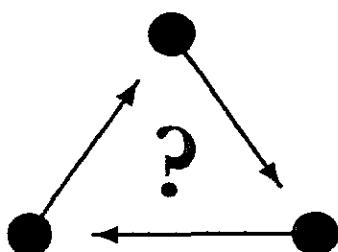
³Ромбододекаэдр (ромбический додекаэдр) — это многогранник с двенадцатью ромбическими гранями и четырнадцатью вершинами. Он может быть получен путем однородного сжатия изображенной на рис. 18.3, а гексагональной упаковки пластилиновых шариков. Его можно построить также, проведя общие касательные плоскости к одному из шаров и всем его ближайшим соседям. В изображенной на рис. 18.3, а упаковке ромбододекаэдр играет роль элементарной ячейки, которая в плоской укладке на рис. 18.1, б. принадлежала шестиугольнику. Вокруг каждого из шаров можно описать свой ромбододекаэдр, которые, в совокупности, плотно заполнят пространство. (Прим. ред.)

В современной технологии довольно часто возникает необходимость плотно упаковывать компоненты изделия. На рис. 18.9 показана фотография сечения сверхпроводящего кабеля, состоящего из множества сверхпроводящих жил, заключенных в медную оболочку. Первоначально жилы имели цилиндрическую форму, но после обжатия превратились в шестиугольные призмы. Чем плотнее, регулярнее упакованы жилы, тем более правильные шестиугольники видны в сечении. Это — свидетельство высокого качества изготовления кабеля. При нарушении плотности упаковки в сечении появляются пятиугольники.

Рис. 18.10: Колония вирусов также обладает свойством симметрии (фотография сделана с помощью электронного микроскопа).



Симметрия 5-го порядка очень распространена в биологических объектах. На рис. 18.10 представлена электронно-микроскопическая фотография колонии вирусных частиц. Не правда ли, имеется полное сходство с пентагональной упаковкой шаров, показанной на рис. 18.5? Палеонтологи даже используют наличие осей 5-го порядка в ископаемых объектах для доказательства их биологического (а не геологического) происхождения... Видите, как далеко ушли нас следы на песке.



Почему индийские факиры брали для своего фокуса металлические вазы с длинным тонким горлышком? Каким, по-вашему, должно быть отношение объемов горлышка и самого сосуда?

Глава 19

Как устраняют заносы

Взвихрены ветром горбатые дюны,
Бор взгромоздился на выступ откосный...

К. Бальмонт

Дюнныесосны

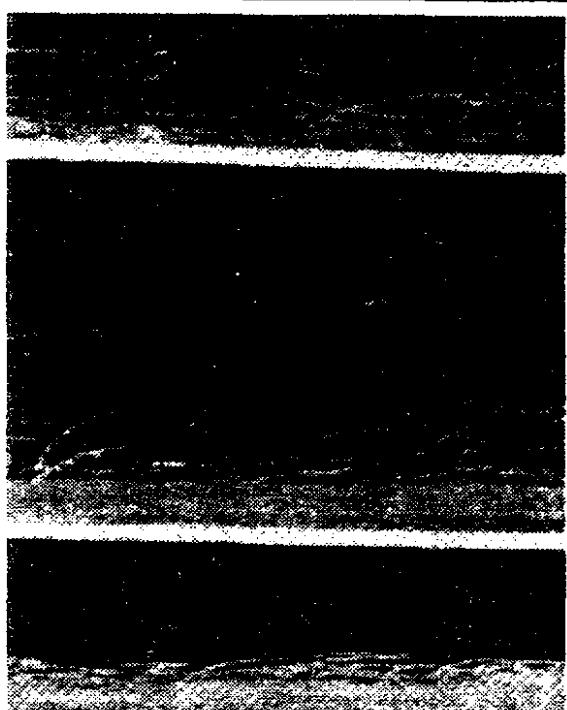
Участки железных или шоссейных дорог, проходящие в ложбинах, заносятся снегом, даже если нет снегопада. Почему это происходит? На первый взгляд ответ ясен: снег переносится ветром. Однако чтобы детально разобраться в механизме этого процесса, потребовалось целое исследование.

В 1936 г. английский физик Бэгнольд¹ изучал перенос песка ветром в аэродинамической трубе. Оказалось, что если скорость ветра меньше некоторой скорости v_1 , то песок не движется. При скорости ветра большей, чем v_1 , но меньшей некоторой другой скорости v_2 , песок также может оставаться в покое. Но если при этом в неподвижную массу песка откуда-нибудь падает песчинка, от ее удара подскакивает вверх несколько других песчинок. Эти песчинки увлекаются ветром, падают, приводят в движение другие песчинки, и в результате песок переносится по ветру. При скорости ветра большей, чем v_2 , песчинки поднимаются вверх, образуя песчано-воздушный поток, довольно значительной, но уменьшающейся кверху плотности. О траекториях песчинок дает представление рис. 19.1.

Теперь можно объяснить, почему снег в ветреную погоду заполняет выемки. В месте углубления поток расширяется (это сразу становится видно по картине линий тока на рис. 19.2), и поэтому скорость его па-

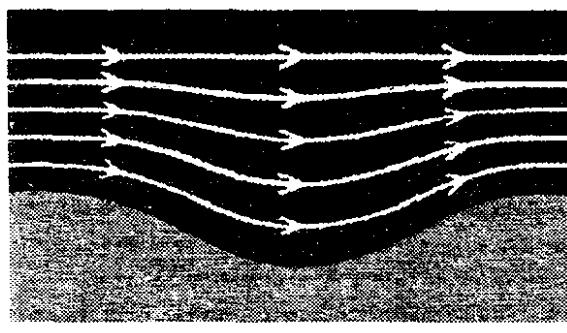
¹Р. А. Бэгнольд (1896–1990) — английский геолог, специалист по механике и переносу горных пород ветром.

Рис. 19.1: Траектории песчинок в воздушных потоках различной силы.



дает. В результате равновесие между увлекаемыми вверх и падающими вниз частицами нарушается: падает больше частиц, чем поднимается, и углубление постепенно заполняется снегом.

Рис. 19.2: Над выемкой поток расширяется, и линии тока расходятся.

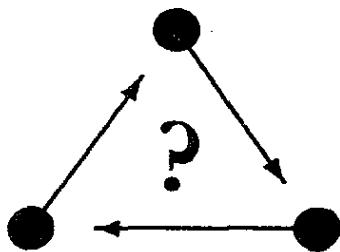


Аналогичные процессы происходят и в том случае, когда снег, переносимый ветром, встречает на своем пути какое-нибудь препятствие, например дерево. Перед стволом дерева, с той его стороны, откуда дует ветер, возникает восходящее движение воздуха. Оно приводит к тому, что с наветренной стороны ствола и с боков на поверхности снега образуется глубокая выемка. Перед этой выемкой и немного позади ствола, где скорость ветра меньше, образуется, наоборот, возвышение.

Описанное явление используют для защиты участков дорог, проходящих в ложбинах, от заноса. На определенном расстоянии перед выемкой или ложбиной с той стороны, откуда дует ветер, устанавливают забор из

дощатых щитов. За щитами образуется спокойная зона с равномерным слабым ветром, в которой полностью отлагается весь увлекаемый ветром снег.

Так же объясняется и движение песчаных дюн. Ветер достаточной силы, набегающий на песчаную дюну, поднимает песок с наветренной стороны. На подветренной стороне, где скорость ветра меньше, песок падает вниз. В результате с течением времени дюны постепенно перемещаются в направлении ветра — «кочуют».



Почему при некотором значении скорости (v_2) ветер начинает «поднимать» песчинки («вздымать пыль»)? Попробуйте оценить величину этой скорости.

Глава 20

Случай в поезде

Стрекот аэропланов! Беги автомобилей!
Ветропросвист экспрессов! Крылолет буеров!

*Игорь Северянин,
Увертюра.*

Как-то автору этих строк довелось возвращаться на железнодорожном экспрессе из Венеции в Неаполь. Поезд шел очень быстро (со скоростью около 150 км/ч), за окном мелькали пейзажи, будто сошедшие с полотен мастеров Возрождения. В полном согласии с их картинами местность была холмистая, и поезд то летел по мосту, то нырял в очередной туннель. В одном из особенно длинных туннелей вблизи Флоренции у нас неожиданно «заложило» уши, так, как это бывает при взлете или посадке у пассажиров самолета. Судя по внешним признакам, та же участь постигла и наших попутчиков — все в вагоне крутили головами, пытаясь избавиться от неприятного ощущения.

Когда же поезд наконец вырвался из тесного туннеля, оно прошло само собой, и лишь у одного из нас, не привыкшего к таким сюрпризам на железной дороге, остался вопрос о происхождении этого эффекта. Поскольку он явно был связан с перепадом давления, мы стали оживленно обсуждать возможные физические причины явления.

На первый взгляд, казалось очевидным, что при наличии поезда давление воздуха между стенками туннеля и обшивкой поезда должно повыситься, однако по мере того, как мы углублялись в задачу, это соображениеказалось все менее и менее бесспорным. Вскоре у нас было готово объяснение, которое мы и хотим вам предложить.

Рассмотрим поезд с площадью поперечного сечения S_n , движущийся с постоянной скоростью внутри длинного туннеля с площадью поперечного сечения S_0 . Сразу же перейдем в систему отсчета, связанную с поездом. Течение воздуха будем считать установившимся, а вязкостью воздуха пренебрежем. В этом случае движение стенок туннеля относительно поезда можно не учитывать — ввиду отсутствия вязкости оно не оказывает влияния на течение воздуха. Будем также считать поезд достаточно длинным, чтобы можно было пренебречь краевыми эффектами у переднего и заднего вагонов, а давление воздуха в туннеле будем считать установившимся и постоянным вблизи обшивки всего поезда.

Так мы, путем отказа от второстепенных деталей, перешли от реального движения поезда к упрощенной физической модели, которую уже можно попробовать описать математически (см. рис. 20.1). Итак. Имеется труба (бывший туннель), в которой соосно с ней поконится цилиндр (бывший поезд) с обтекаемыми концами¹. Сквозь трубу продувается воздух: вдали от поезда (сечение $A-A$ на рисунке) давление воздуха p_0 равно атмосферному, а скорость воздушного потока v_n равна по величине и противоположна по направлению скорости, с которой до перехода в нашу систему отсчета двигался поезд. Рассмотрим некоторое сечение $B-B$ (на всякий случай подальше от концов поезда, чтобы наши предположения действительно выполнялись). Обозначим давление воздуха в этом сечении через p , а скорость потока воздуха через v . Эти величины можно связать с v_n и p_0 с помощью уравнения Бернулли²:

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = p_0 + \frac{\rho v_n^2}{2}, \quad (20.1)$$

где ρ — плотность воздуха.

В уравнении (20.1) две неизвестные величины — p и v , поэтому для определения p необходимо еще одно соотношение. Его нам даст условие неизменности массы воздуха, протекающей через любое сечение в единицу времени (при течении в трубе масса не может ни возникать, ни исчезать):

$$\rho v_n S_0 = \rho v (S_0 - S_n). \quad (20.2)$$

(Об этом соотношении часто говорят как об условии непрерывности потока.)

¹Фактически вместо железнодорожного туннеля мы будем говорить об аэродинамической трубе наподобие тех, где испытывают самолеты.

²Даниил Бернулли (1700—1782) — швейцарский физик и математик, родился в Нидерландах (сын швейцарского математика Иоганна Бернулли); сформулировал основы теоретической гидродинамики.

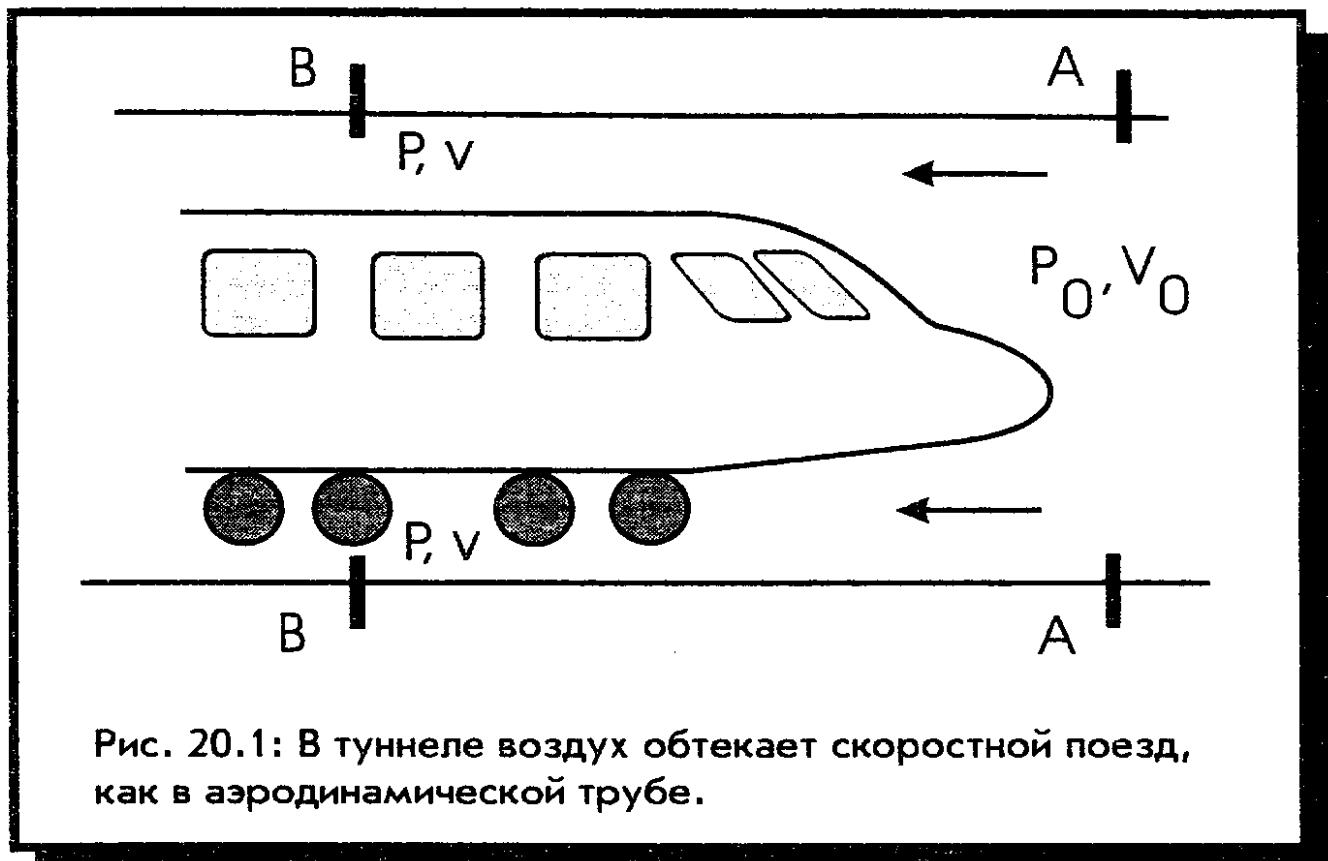


Рис. 20.1: В туннеле воздух обтекает скоростной поезд, как в аэродинамической трубе.

Вы уже заметили, что мы записываем уравнение Бернулли в виде так называемого приближения несжимаемой жидкости. Это накладывает дополнительные ограничения, которые стоит обсудить подробнее. Можно ли считать плотность воздуха в уравнениях (20.1) и (20.2) постоянной? Вопрос непростой, и строгий ответ на него может быть дан только с помощью гораздо более сложного рассмотрения на основании общего уравнения Бернулли (называемого интегралом Бернулли), справедливого и для сжимаемой жидкости. Мы же приведем лишь наводящие физические соображения.

Чтобы можно было пренебречь сжимаемостью, должны выполняться два условия. Во-первых, интересующий нас скачок давления Δp должен быть мал: $\Delta p \ll p$. Если скорость потока не слишком велика (что это означает, станет ясно позже) и мы пренебрегли вязкостью воздуха, то изменением температуры воздуха можно пренебречь. Тогда, согласно уравнению (20.4), плотность воздуха пропорциональна давлению $\rho \propto p$. Если давление меняется незначительно, то изменение плотности тоже мало: $\Delta \rho = \rho \frac{\Delta p}{p} \ll \rho$. Впоследствии мы убедимся, что это действительно так.

Второе условие относится к скорости потока в разных частях туннеля. Нетрудно увидеть предел, где наше предположение о постоянстве плотности ρ заведомо не выполняется: если скорость потока воздуха в каком-либо

из сечений трубы становится сравнимой со среднеквадратичной скоростью теплового движения молекул, то тут уже ни о каком постоянстве ρ в различных сечениях говорить не приходится. Действительно, ведь именно эта скорость определяет характерное время установления средней плотности газа в макроскопическом объеме, поэтому при столь высоких скоростях потока она, плотность, просто не будет успевать устанавливаться при переходе от одного сечения к другому. Однако, как мы увидим ниже, это ограничение может оказаться недостаточным. А пока будем считать плотность ρ постоянной.

Избавляясь с помощью (20.2) от скорости v в (20.1), находим давление воздуха в туннеле:

$$\rho = \rho_0 - \frac{\rho v_{\pi}^2}{2} \left(\frac{S_0^2}{(S_0 - S_{\pi})^2} - 1 \right). \quad (20.3)$$

Плотность воздуха ρ может быть найдена из уравнения Менделеева — Клапейрона, примененного вдали от поезда (мы уже делали это в главе 12, см. уравнение (12)):

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\rho_0 \mu}{R T}, \quad (20.4)$$

где $\mu = 29$ — молекулярная масса воздуха, T — его абсолютная температура и R — универсальная газовая постоянная. Подставляя это соотношение в (20.3), получаем

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \frac{\mu v_{\pi}^2}{2 R T} \left(\frac{S_0^2}{(S_0 - S_{\pi})^2} - 1 \right) \right]. \quad (20.5)$$

Входящая в это выражение комбинация параметров $\mu v_{\pi}^2 / RT$, очевидно, безразмерна. Следовательно, величина $\sqrt{RT/\mu}$ имеет размерность скорости. В ней, с точностью до коэффициента, можно сразу же усмотреть среднеквадратичную скорость теплового движения молекул. Однако при анализе рассматриваемой аэродинамической задачи для нас будет важна другая характеристика газа — скорость распространения в нем звука, которую авторам уже давно хочется ввести. Она, как и скорость теплового движения молекул, определяется температурой и молекулярной массой газа, и численное значение скорости звука $v_{\text{зв}}$ зависит еще от так называемого показателя адиабаты γ — характерного для каждого газа числа порядка 1 (для воздуха $\gamma = 1,41$):

$$v_{\text{зв}} = \sqrt{\gamma \frac{R T}{\mu}}. \quad (20.6)$$

При нормальных условиях $v_{\text{зв}} = 335 \text{ м/с}$ (т. е. примерно 1200 км/ч). Используя определение (20.6), мы можем переписать выражение (20.5) для давления p в удобном для дальнейшего обсуждения виде¹ (подставив $\mu/RT = \gamma/v_{\text{зв}}^2$):

$$p = p_0 \left[1 - \frac{\gamma}{2} \frac{v_{\text{n}}^2}{v_{\text{зв}}^2} \left(\frac{S_0^2}{(S_0 - S_{\text{n}})^2} - 1 \right) \right]. \quad (20.7)$$

Теперь пришло время остановиться и подумать. Мы вычислили давление вблизи обшивки поезда внутри туннеля. Однако наши уши заболели не от самого давления, а от его изменения при входе поезда в туннель по сравнению с давлением p' вблизи обшивки поезда при его движении по свободному пространству.² Перепад давления мы можем сразу же определить с помощью выражения (20.7), заметив, что открытое пространство — это то же, что туннель бесконечного радиуса, $S_0 \rightarrow \infty$. Поэтому

$$p' = p_0,$$

что, впрочем, было очевидно и без вычислений.

Вычисления показывают, что относительное изменение давления отрицательно:

$$\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{p - p_0}{p_0} = -\frac{\gamma}{2} \left(\frac{v_{\text{n}}}{v_{\text{зв}}} \right)^2 \left[\frac{S_0^2}{(S_0 - S_{\text{n}})^2} - 1 \right]. \quad (20.8)$$

Таким образом, как видно из (20.8), при входе в туннель давление вблизи обшивки движущегося поезда понижается (а не повышается, как нам показалось вначале).

Давайте оценим величину найденного эффекта. Для узкого (двухколейного) железнодорожного туннеля можно принять, что $S_{\text{n}} = \frac{1}{4} S_0$. Величины $v_{\text{n}} = 150 \text{ км/ч}$ и $v_{\text{зв}} = 1200 \text{ км/ч}$ уже приводились выше. Таким образом, находим, что

$$\frac{\Delta p}{p_0} = -\frac{1,41}{2} \left(\frac{1}{8} \right)^2 \left[\left(\frac{4}{3} \right)^2 - 1 \right] \approx -1 \text{ \%}.$$

¹ Вездесущее в аэродинамике отношение скоростей $M = v / v_s$ называют числом Маха, в честь австрийского физика Эрнста Маха, (1838–1916).

² Тут стоит отметить два обстоятельства. Во-первых, в биофизике существует так называемый закон Вебера — Фехнера, согласно которому любое изменение внешнего воздействия воспринимается органами чувств только тогда, когда относительное изменение этого воздействия превышает некоторую пороговую величину. Во-вторых, если туннель оказывается достаточно длинным, то организм успевает адаптироваться к новым условиям и неприятное ощущение исчезает. Однако на выходе из туннеля оно вас подстерегает вновь.

Как мы и ожидали, изменение давления оказалось малым, и следовательно, сделанное выше предположение подтвердилось — изменением плотности воздуха действительно можно было пренебречь. Однако такая малость относительной величины изменения давления не означает, что человеческий организм не в состоянии ее почувствовать. Действительно, если мы вспомним, что $p_0 = 10^5 \text{ Н/м}^2$ и примем площадь нашей барабанной перепонки за $\sigma = 1 \text{ см}^2$, то избыточная сила давления, действующая на нее изнутри, составит $\Delta F = \sigma \cdot \Delta p \sim 0,1 \text{ Н}$, что уже вполне заметно.

Казалось бы, эффект объяснен и можно ставить точку. Однако что-то беспокоило нас в полученной формуле. И мы быстро обнаружили, что именно: из выражения (20.8) следует, что даже при нормальном для обычных поездов соотношении $v_n/v_{\text{зв}} \ll 1$ (эта комбинация скоростей постоянно встречается в аэродинамике и носит название числа Маха) в очень узком туннеле, когда $S_n \rightarrow S_0$, величина $|\Delta p|$ может стать порядка p_0 и даже превысить эту величину! Ясно, что в этом случае мы выходим за рамки ограничений, сделанных выше. Но где именно? Ведь, казалось бы, соотношение $v_n \ll v_{\text{зв}}$ весьма надежно защищает нас от неожиданностей. Попробуем разобраться.

Пусть Δp , вычисленное по формуле (20.8), действительно, оказывается порядка p_0 . Это означает, что

$$\frac{v_n}{v_{\text{зв}}} \left(\frac{S_0}{S_0 - S_n} \right) \sim 1,$$

и следовательно,

$$v_n S_0 \sim v_{\text{зв}} (S_0 - S_n).$$

Сравнивая последнее равенство с условием непрерывности (20.2), мы видим, что произошло: $|\Delta p|$ становится порядка p_0 , когда скорость протекания потока воздуха между обшивкой поезда и стенками туннеля оказывается порядка скорости звука, а в этом случае, как мы уже говорили, все наше рассмотрение оказывается неприменимым. Следовательно, условием применимости выражения (20.8) является не только условие $v_n \ll v_{\text{зв}}$, но и более жесткое:

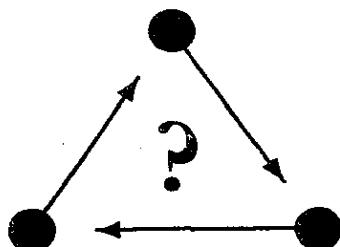
$$v_n \ll v_{\text{зв}} \left(\frac{S_0}{S_0 - S_n} \right).$$

Для реальных поездов и туннелей оно, очевидно, выполняется всегда. Тем не менее наше исследование пределов применимости полученной формулы не следует рассматривать как простое математическое упражнение. Во-первых, физик должен всегда четко представлять «рабочую область» полученного им результата. Вторая причина, в данном случае, вполне практическая. Дело в том, что в последние десятилетия все чаще обсуждаются

возможности создания принципиально новых видов транспорта, в том числе и на основе железнодорожного. Так, уже много лет назад была предложена идея поезда, движущегося на сверхпроводящей магнитной подушке. Это вагончик, внутри которого имеется мощный сверхпроводящий магнит. Благодаря создаваемому им магнитному полю, вагончик зависает над металлическим рельсом, и сопротивление движению определяется только аэродинамическими свойствами такого вагона. В Японии уже создана действующая модель этого вида транспорта. Экспериментальный образец перевозит 20 пассажиров вдоль линии длиной в 7 километров, развивая при этом максимальную скорость 516 км/ч! А ведь это уже почти половина скорости звука.

Следующим шагом на пути развития этого вида транспорта стала идея... заключить вагончик в герметическую трубу и создать там пониженное давление! Вот тут-то, как вы уже, наверное, сообразили, конструкторы и сталкиваются с рассмотренной нами задачей о поезде в туннеле, но в гораздо более сложном случае, когда $v_{\text{п}} \sim v_{\text{зв}}$ и $S_0 - S_{\text{п}} \ll S_0$. Движение разреженного воздуха здесь уже турбулентно, температура воздуха заметно меняется, и сегодня наука еще не знает ответов на многие вопросы, возникающие при решении подобных задач. Сделанная нами оценка позволяет вам понять некоторые из тех трудностей, которые встречаются на пути ученых.

В заключение предлагаем подумать над другими физическими вопросами, которые могут возникнуть при поездке в поезде.

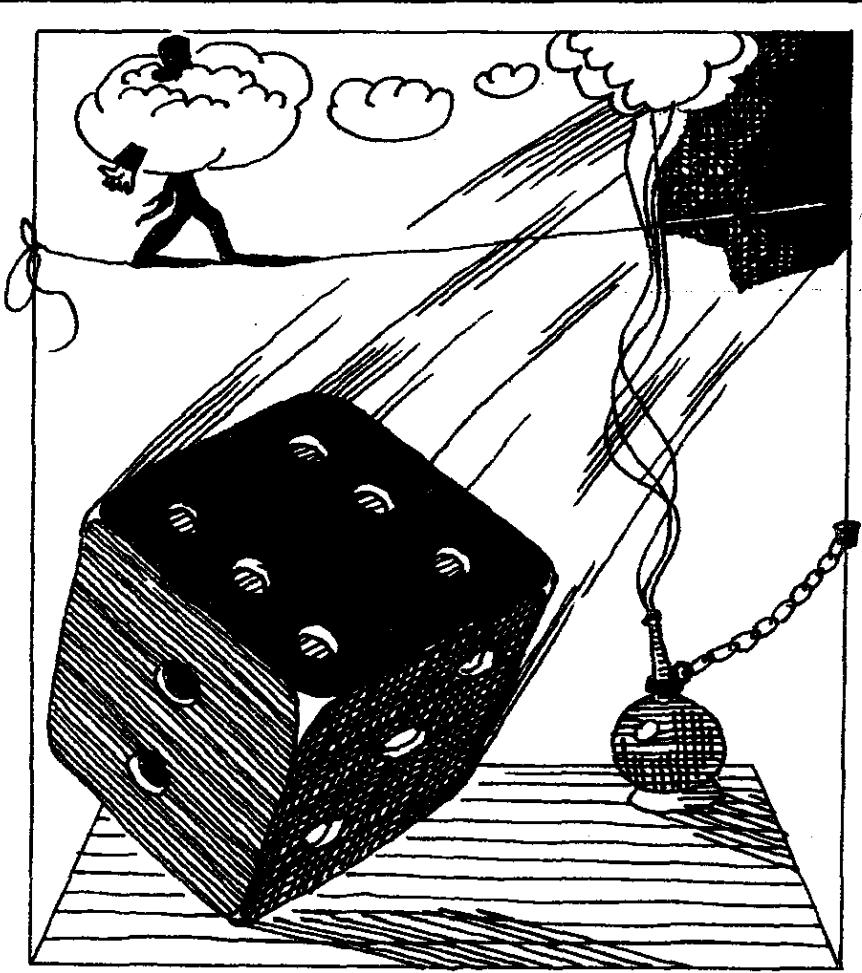


- *Почему шум от движущегося поезда резко возрастает, когда поезд въезжает в туннель?*
- *Почему при встрече двух быстро движущихся навстречу друг другу поездов их окна испытывают удар? Куда направлена сила, действующая при этом на стекла, — наружу или внутрь вагона?*

Часть III

Физика квантового мира

В этой части книги мы попробуем рассказать о том, какие законы управляют движением мельчайших частиц материи и в каких необычных «сверхявлениях» они непосредственно проявляются при очень низких температурах. Рассказать об этом совсем не просто, так как серьезный разговор на эту тему можно вести только на языке математики. Уж больно необычен, удивителен для нас этот квантовый мир.



Глава 21

Соотношение неопределенностей

Координата и импульс подобны фигуркам мужчины и женщины в старинном барометре. Если появляется одна фигурка, вторая исчезает.

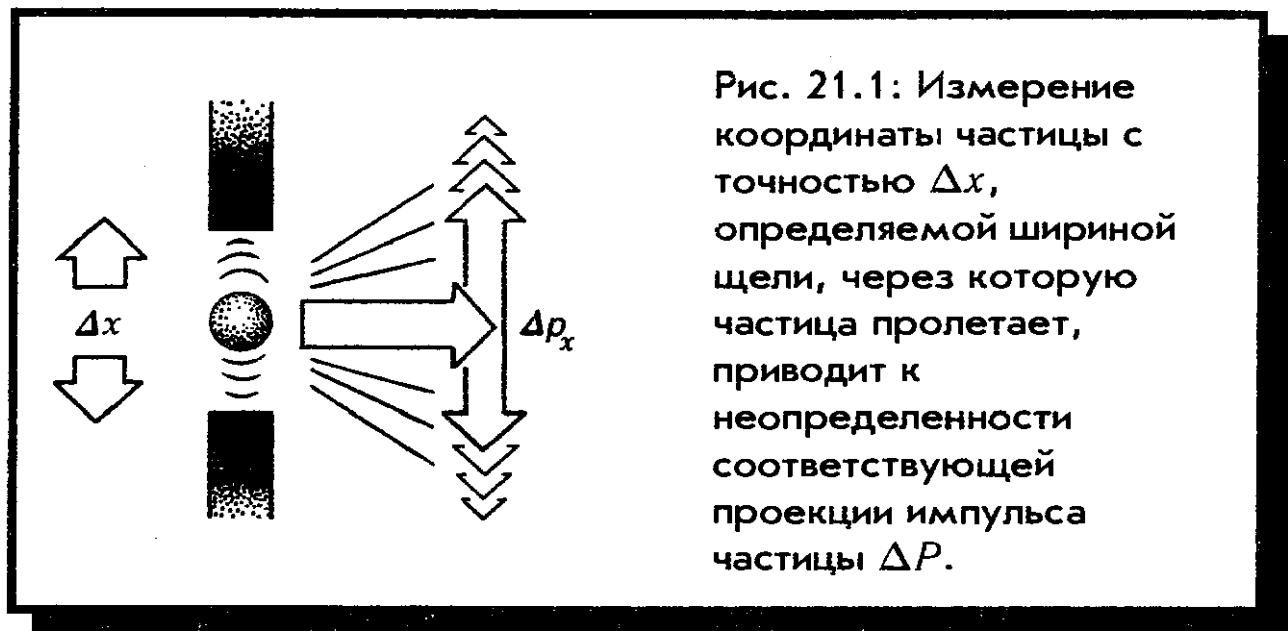
В. Гейзенберг

Немецкий физик Вернер Гейзенберг¹ открыл в 1927 г. соотношение неопределенностей, которое заключается в следующем: если, исследуя какое-то тело, нам удается определить проекцию его импульса с неопределенностью Δp_x , то мы не сможем одновременно определить соответствующую координату тела с точностью большей, чем $\Delta x \approx \hbar/\Delta p_x$, где $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка.

Поначалу это соотношение может вызвать чувство недоумения. Ведь законы Ньютона, которые изучают в школе, позволяют найти закон движения тела, то есть рассчитать зависимость координат от времени. Зная закон движения, можно найти проекции скорости тела \mathbf{v} (производные от координат по времени) и проекции его импульса $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. Получается, что можно одновременно определять координату и импульс, и никакого соотношения неопределенностей нет. Действительно, в классической физике все происходит именно так, а вот в микромире дело обстоит иначе² (рис. 21.1).

¹ В. К. Гейзенберг (1901–1976) создал первую (матричную) версию квантовой механики; занимался также квантовой теорией поля, теорией ядра и др.; лауреат Нобелевской премии 1932 г.

² Разумеется, соотношение неопределенностей выполняется и в макромире. Но там оно менее ограничительно и не играет ключевой роли.



Импульс и координата

Представим себе, что нам надо следить за движением электрона. Как это сделать? Глаз — инструмент для этих целей неподходящий. Его разрешающей способности недостаточно, чтобы разглядеть электрон. Ну что ж, посмотрим на электрон в микроскоп. Разрешающая способность микроскопа определяется длиной волны света, в котором ведется наблюдение. Для обычного видимого света эта величина порядка 100 нм (т. е. 10^{-7} м), и частицы меньших размеров в микроскоп не разглядишь. Атомы имеют размеры порядка 10^{-10} м, так что надеяться различить их, а тем более отдельные электроны, не приходится. Но давайте пофантазируем.

Предположим, что нам удалось сконструировать микроскоп, использующий не видимый свет, а электромагнитные волны с меньшей длиной волны: например, рентгеновское или даже γ -излучение. Чем более жесткое γ -излучение мы будем применять, то есть чем короче соответствующая длина волны, тем меньшие объекты можно наблюдать. Казалось бы, такой воображаемый γ -микроскоп был бы идеальным инструментом. С его помощью можно было бы измерить координату электрона сколь угодно точно. При чем же тут соотношение неопределенностей?

Вдумаемся глубже в этот мысленный эксперимент. Для того чтобы мы получили информацию о положении электрона, от него должен отразиться хотя бы один γ -квант — носитель минимальной порции энергии $\hbar\omega$ (энергия кванта $E = \hbar\nu = \hbar\omega$, где $\omega = 2\pi\nu$ — угловая частота. Физики используют два определения постоянной Планка, $\hbar = 2\pi\hbar$). Чем меньше длина волны, тем больше порция энергии, которой обладает квант. А импульс кванта пропорционален его энергии. Сталкиваясь с электроном,

γ -квант обязательно передает ему часть своего импульса. Таким образом, измеряя координату, мы всегда вносим неопределенность в импульс электрона, и чем точнее мы хотим провести измерение, тем большей будет неопределенность. Подробный анализ этого процесса показывает, что произведение неопределенностей нельзя сделать меньшим, чем постоянная Планка.

Может создаться впечатление, что мы рассмотрели только частный случай, придумали «плохой» прибор для измерения координаты и можно провести измерения гораздо тоньше, не «толкая» электрон, не изменяя его состояния. Но, увы, это не так.

Лучшие умы (среди них и А. Эйнштейн¹) пытались придумать такой прибор, который смог бы измерить координату тела и его импульс одновременно, с точностью большей, чем позволяет соотношение неопределенностей. Но никому не удалось это сделать. Сделать это просто нельзя, Таков закон природы².

Все это может показаться несколько туманным, и трудно сразу построить какую-то четкую мысленную модель. Настоящее понимание приходит только в результате серьезного изучения квантовой механики. Для первого знакомства этого достаточно.

Чтобы понять, где лежит граница между макро- и микромиром, сделаем небольшую оценку. Например, в опытах по броуновскому движению используются очень маленькие частички — размером около 1 мкм и массой всего 10^{-10} г. Но все-таки это кусочки вещества, содержащие огромное количество атомов. Из соотношения неопределенностей в этом случае имеем $\Delta v_x \Delta x \sim \hbar/m \sim 10^{-17}$ см²/с. Если, скажем, определять положение частички с точностью до одной сотой ее размера ($\Delta x \sim 10^{-6}$ см), то $\Delta v_x \sim 10^{-11}$ см/с. Получилась очень маленькая величина, и причина этого — маленькое значение постоянной Планка.

Скорость броуновского движения такой частички примерно равна 10^{-4} см/с. Как видно, погрешность в скорости, связанная с соотношением неопределенностей, пренебрежимо мала (одна десятимиллионная доля!) даже у такого небольшого тела. Тем более она не играет роли для больших тел (ведь в правой части соотношения стоит $\hbar/m!$). А вот если мы будем уменьшать массу частицы (возьмем, например, электрон) и увеличивать точность определения координаты ($\Delta x \sim 10^{-8}$ см — атомные размеры), то неопределенность в скорости становится сравнимой с самой скоростью частицы. При описании электронов в атоме соотношение не-

¹ См. сноску на стр. 10.

² В последнее время физики обратили внимание на так называемые *сжатые* состояния, для которых произведение неопределенностей меньше, хотя и того же порядка что \hbar . Существование подобных выделенных состояний лишь уточняет общий принцип. (Прим. ред.)

определенностей уже работает в полной мере, с ним не считаться нельзя. И это приводит к удивительным следствиям.

Волны вероятности

В простейшей модели атома — модели Резерфорда¹ — электроны кружатся по орбитам вокруг ядра подобно тому, как планеты движутся вокруг Солнца. Но электроны — заряженные частицы, и при их вращении обязательно создаются переменные электрические и магнитные поля — возникает излучение, приводящее к потере энергии. Вот почему в планетарной модели электроны ждет незавидная судьба — они обязательно упадут на ядра, и атом разрушится. Но ведь стабильность атомов — это твердо установленный экспериментальный факт.

Нужно было «подправить» модель Резерфорда, и сделал это Нильс Бор² в 1913 г. Электронам в модели Бора разрешается вращаться только по определенным орбитам, где они обладают строго заданными энергиями. Изменять эту энергию электроны могут только скачком, излучая и поглощая кванты при переходе с одной орбиты на другую. Такое «квантовое» поведение электронов в атоме позволяет объяснить многое — в частности, устойчивость атома и атомные спектры. Этую модель порой и сейчас используют для упрощенного объяснения квантовых явлений. Но она противоречит соотношению неопределенностей! Ведь при движении даже по квантовой орбите импульс и координата могут быть определены одновременно, а в микромире, как мы теперь знаем, такого быть не может.

Пришлось исправить и эту, как ее называют, квазиклассическую модель атома. Действительная картина, описывающая поведение электрона в атоме, оказалась еще более сложной.

Представьте себе, что нам удалось определить положение электрона в атоме в какой-то момент времени³. Сможем ли мы точно сказать, где он будет в следующий момент (для определенности, скажем, через одну секунду)? Нет, измерение координаты, как мы знаем, всегда вносит неопределенность в импульс электрона, и, пользуясь даже самыми лучшими

¹Сэр Э. Резерфорд (1871–1937), 1-й барон Нельсон, — английский физик, основоположник ядерной физики, президент Лондонского Королевского Общества; лауреат Нобелевской премии по химии, 1932 г.

²Нильс Х. Д. Бор (1885–1962) — великий датский физик, первым предложил идею квантования; лауреат Нобелевской премии 1922.

³Другая особенность квантового подхода — это полная тождественность электронов, которые невозможно отличить друг от друга. Далее предполагается, что речь идет о содержащем единственный электрон атоме водорода. (Прим. ред.)

устройствами, нельзя точно предсказать, куда попадет электрон. Что же нам остается в таком случае делать?

Давайте отметим точкой то место в пространстве, где мы обнаружили электрон. Результат еще одного измерения координат электрона в точно таком же атоме снова изобразим точкой в пространстве. Еще измерение — опять точка и т. д. Оказывается, что, хотя и нельзя сказать заранее, где точно будет находиться следующая точка, в характере расположения точек в пространстве имеется определенная закономерность. В некоторых областях точки располагаются гуще, в других — реже, указывая на то, где с большей, а где с меньшей вероятностью может встретиться электрон.

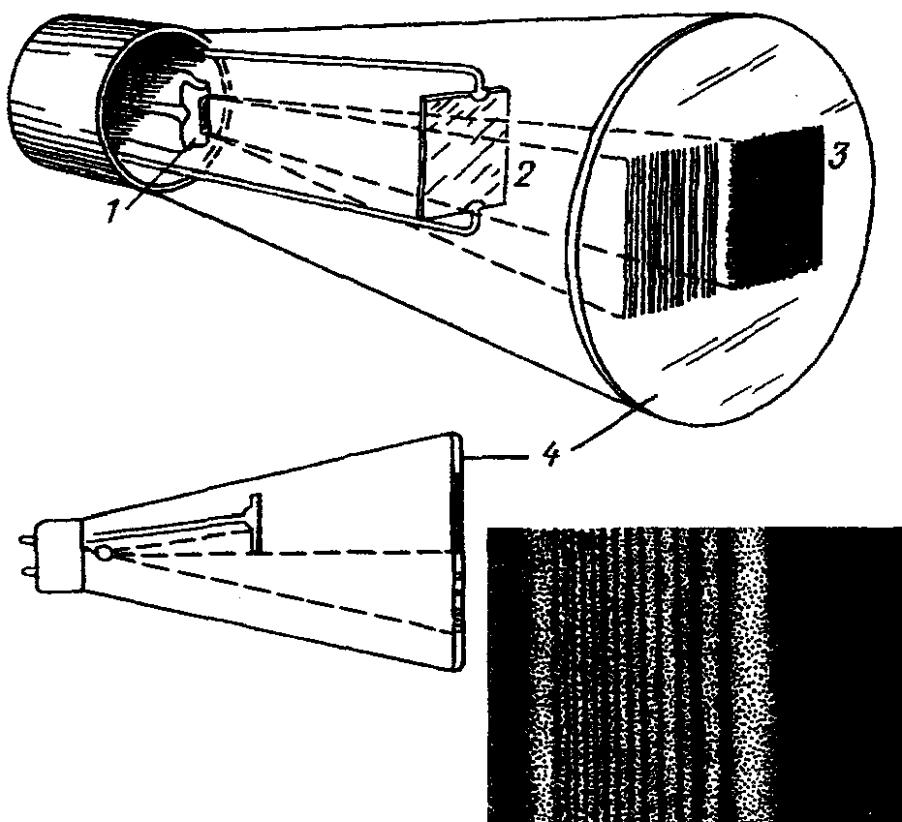


Рис. 21.2: Такая картина возникает в опыте по дифракции электронов: 1 – электронная пушка; 2 – препятствие; 3 – область тени; 4 – флуоресцентный экран.

Нам пришлось отказаться от точного описания движения электрона, но мы в состоянии предсказывать шансы обнаружить его в различных точках пространства. Поведение электрона в микромире описывается вероятностно! Такая картина поведения частиц в микромире читателю может не

понравиться — уж больно она непривычна, уж больно противоречит нашей интуиции, нашему опыту. Но ничего не поделаешь — так устроена природа. В микромире действуют совсем другие законы, нежели те, к которым мы привыкли в обычной жизни. По образному выражению А. Эйнштейна, приходится «играть в кости» для того, чтобы предсказывать поведение электронов. Без этого, увы, обойтись нельзя¹.

Итак, в микромире состояние электрона определяется заданием вероятности его обнаружения в разных точках пространства. В нашей наглядной модели мерой вероятности будет плотность меток, и можно представить себе, что эти метки образуют некоторое подобие облака, определяющего образ жизни электрона.

Как устроены облака вероятности? Аналогично тому, как в классической механике законы Ньютона определяют движение тел, в квантовой механике имеется свое уравнение, из которого можно найти «размазку» электрона в пространстве. Такое уравнение придумал в 1925 г. австрийский физик Эрвин Шредингер² (заметьте, это случилось раньше, чем было открыто соотношение неопределенностей, то есть раньше, чем прояснилась причина размазки микрочастиц, — такое в физике бывает). Уравнение Шредингера количественно, точно и подробно описывает атомные явления. Но рассказать об этом без сложной математики нельзя. Мы приведем здесь просто ответы — покажем точные портреты размазки электрона в некоторых случаях.

На рис. 21.2 показана схема опыта по дифракции электронов и фотография системы полос, возникающей на экране. Картина совершенно аналогична той, которая возникает при дифракции света. Если считать, что электроны движутся по прямолинейным траекториям, как им положено в данном случае по законам классической физики, объяснить этот опыт нельзя. А вот если они размазаны в пространстве, то результат опыта можно понять. Более того, из опыта следует, что облако вероятности обладает волновыми свойствами. С волнами вероятности мы встречаемся и в обычной жизни — например, волны эпидемии, рождаемости, преступности и т. п. В том месте, где амплитуда волны максимальна, — наибольшая вероятность чему-то произойти. В нашем случае в этих местах с наибольшей вероятностью можно обнаружить электрон, и такие области на фотографии получаются более светлыми.

На рис. 21.3 представлена размазка электрона в различных состояниях атома водорода, найденная на основе точных математических расчетов.

¹Следует отметить, что сам А. Эйнштейн в необходимость такой «игры» не верил. До конца своей жизни он так и не принял квантовую теорию.

²Э. Шредингер (1887–1961) — австрийский физик, один из создателей квантовой механики; ввел понятие волновой функции; лауреат Нобелевской премии 1933 г.

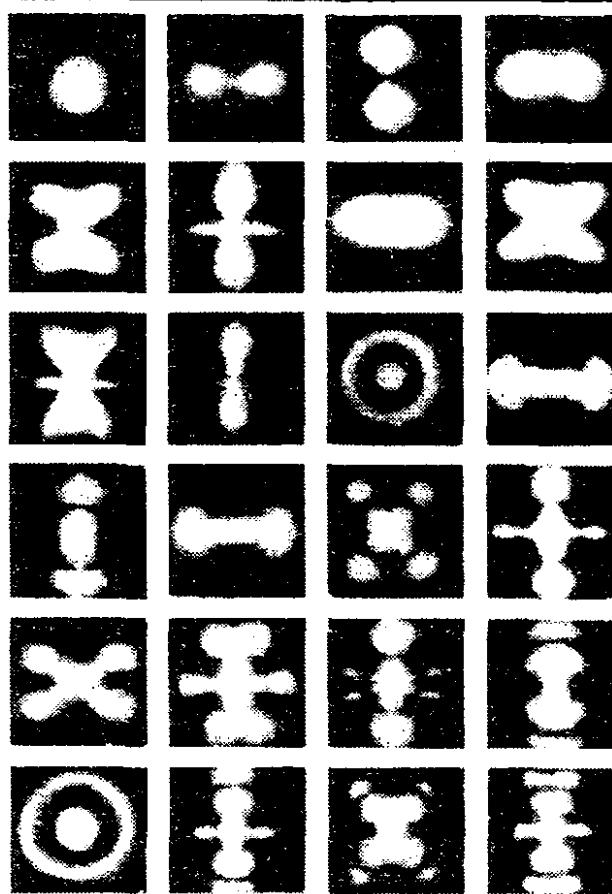


Рис. 21.3: Это, конечно, не фотографии реальных электронов, а результаты расчетов, показывающих, как «размазаны» электроны в атоме. Симметрия этих картин во многом определяет симметрию молекул и кристаллов. Можно даже сказать, что здесь находится ключ к пониманию красоты упорядоченных форм живой природы.

Это аналог квантовых орбит, по которым движется электрон в модели атома Бора. Чем светлее область, тем вероятнее встретить в ней электрон. Рисунки напоминают картины стоячих волн, возникающих, когда волновой процесс происходит в ограниченной области пространства. Какие удивительные формы могут принимать облака вероятности! И эти красивые абстрактные картинки действительно определяют поведение электронов в атоме и объясняют, например, уровни энергии и все, что касается химической связи.

Не вдаваясь в детали устройства облаков вероятности, можно с помощью соотношения неопределенностей оценить их характерный размер. Если облако вероятности имеет размер порядка Δx , то бессмысленно

говорить о большей, чем Δx , неопределенности в координате частицы. Следовательно, неопределенность импульса частицы Δp_x не может быть меньшей, чем $\hbar/\Delta x$. По порядку величины это же выражение определяет и минимальное значение импульса частицы.

Чем меньше размер облака вероятности, тем большим становится импульс, и следовательно, тем быстрее движется частица внутри области локализации. Оказывается, что уже этих общих рассуждений достаточно, чтобы правильно оценить размер атома.

Электрон в атоме обладает кинетической и потенциальной энергиами. Кинетическая энергия электрона — это энергия его движения. Она связана с импульсом по известной формуле $E_k = mv^2/2 = p^2/2m$. Потенциальная энергия электрона — это энергия кулоновского взаимодействия с ядром. Для нее также имеется формула: $E_p = -k e^2/r$, где знак «минус» соответствует притяжению, e — заряд электрона, r — расстояние от электрона до ядра, k — коэффициент, зависящий от выбора единиц измерения.

В каждом состоянии у электрона имеется определенное значение полной энергии E . Состояние с минимальной энергией называется основным (невозбужденным) состоянием. Оценим размер атома в основном состоянии.

Пусть электрон размазан в некоторой области размером r_0 . Притяжение электрона к ядру стремится уменьшить r_0 , «схлопнуть» облако вероятности. Этому соответствует уменьшение потенциальной энергии электрона, которая по порядку величины равна $-k e^2/r_0$ (при уменьшении r_0 растет модуль отрицательной величины). Если бы электрон не обладал кинетической энергией, то он упал бы на ядро. Но, как вы уже знаете, кинетическая энергия у локализованной частицы всегда имеется вследствие соотношения неопределенностей. Оно и «мешает» электрону упасть на ядро! При уменьшении r_0 увеличивается минимальный импульс частицы $p_0 \sim \hbar/r_0$, а следовательно, растет кинетическая энергия $E_k \sim \hbar^2/2mr_0^2$. Из условия равенства нулю производной от полной энергии частицы получаем, что ее минимуму соответствует значение

$$r_0 \sim \frac{\hbar^2}{k m e^2}, \quad (*)$$

которое определяет характерный размер области локализации электрона в основном состоянии, то есть размер атома. Величина r_0 (*) равна 0,05 нм, а мы знаем, что таковы по порядку величины размеры атомов в действительности. Ясно, что соотношение неопределенностей, позволяющее правильно оценить размер атомов, — один из самых глубоких законов микромира.

Для сложных атомов существует определенная закономерность, также непосредственно вытекающая из соотношения неопределенностей. Экс-

perimentально довольно точно определяется работа, которую надо совершить, чтобы вырвать электрон из атома (она равна энергии ионизации E_i). Так вот, для самых разных атомов произведение $\sqrt{E_i}$ на размер атома d с точностью до 10 – 20 % одинаково. Читатель, наверное, догадался, в чем тут дело: импульс электрона $p \sim \sqrt{2mE_i}$, а постоянство произведения $p \cdot d$ следует из соотношения неопределенностей.

Нулевые колебания

Весьма впечатляющие результаты получаются при исследовании с помощью соотношения неопределенностей колебаний атомов в твердых телах. Атомы (или ионы) совершают колебания в узлах кристаллической решетки. Обычно такие колебания связаны с тепловым движением атомов — чем выше температура, тем сильнее колебания. А что будет, если температуру понизить? С классической точки зрения амплитуда колебаний будет уменьшаться, и при абсолютном нуле атомы вовсе остановятся. Но возможно ли это с точки зрения квантовых законов?

Уменьшение амплитуды колебаний на квантовом языке означает уменьшение размера облака вероятности (область локализации частицы). А за это, как мы уже знаем, приходится, в силу соотношения неопределенностей, расплачиваться увеличением импульса частицы — попытка остановить микрочастицу не приводит к успеху. Оказывается, что даже при абсолютном нуле температур атомы в твердом теле совершают колебания. Их называют нулевыми колебаниями, и проявляются они в целом ряде красивых физических эффектов.

Попробуем прежде всего оценить энергию нулевых колебаний. В колебательной системе при отклонении тела на малую величину x от положения равновесия на него действует возвращающая сила $F = -kx$ (в случае пружины k — ее жесткость; у атома в твердом теле величина k определяется силами межатомного взаимодействия). Соответственно у тела появляется потенциальная энергия

$$E_{\text{п}} = \frac{k x^2}{2} = \frac{m \omega^2 x^2}{2},$$

где $\omega = \sqrt{k/m}$ — частота колебаний.

Отсюда следует, что амплитуда колебания x_{max} связана с запасом энергии тела E формулой

$$E = \frac{m \omega^2 x_{max}^2}{2}; \quad x_{max} = \sqrt{\frac{2E}{m \omega^2}}.$$

Но амплитуда колебаний на квантовом языке как раз определяет характерный размер области локализации частицы, который в силу соотношения неопределенностей связан с минимальным импульсом частицы. Получается, с одной стороны, чем меньше энергия колебаний, тем меньше должна быть амплитуда; с другой стороны, уменьшение амплитуды приводит к увеличению импульса, а следовательно, и энергии частицы. Минимальная энергия, которой может обладать частица, определяется из оценки

$$E_0 \sim \frac{p_0^2}{2m} \sim \frac{\hbar^2}{m x_0^2} \sim \frac{\hbar^2}{m} \cdot \frac{m \omega^2}{E_0}.$$

Сравнивая здесь первое и последнее выражения, находим $E_0 \sim \hbar\omega$. Точный расчет дает вдвое меньшее значение. Энергия нулевых колебаний равна $\hbar\omega/2$. Она максимальна у легких атомов, которые колеблются с большей частотой.

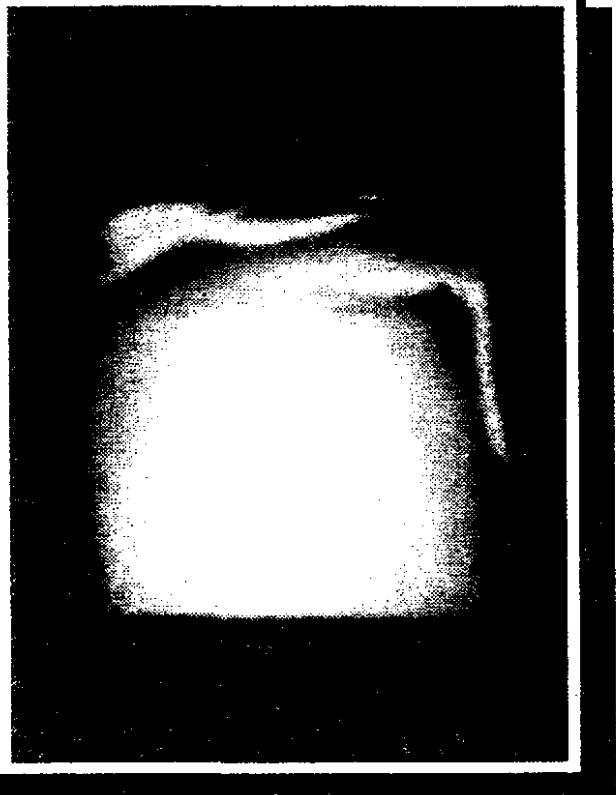
Пожалуй, самое яркое проявление нулевых колебаний — это существование жидкости, которая вообще не замерзает, даже при абсолютном нуле температур. Ясно, что жидкость не замерзает, если кинетической энергии колебаний атомов достаточно для того, чтобы разрушить кристаллическую решетку. При этом совершенно неважно происхождение кинетической энергии — связана ли она с тепловым движением атомов или с нулевыми квантовыми колебаниями. Наиболее вероятные кандидаты в незамерзающие жидкости — водород и гелий. В этих легчайших веществах энергия нулевых колебаний максимальна. Но гелий к тому же — инертный газ. Его атомы взаимодействуют друг с другом очень слабо, и расплавить кристаллическую решетку гелия сравнительно легко. Оказывается, что энергии нулевых колебаний в гелии для этого достаточно, и он не замерзает даже при абсолютном нуле. А вот водород, хотя его атомы и обладают большей, чем у гелия, энергией нулевых колебаний, все-таки замерзает, так как взаимодействие атомов водорода между собой гораздо более сильное.

Все остальные вещества также замерзают при абсолютном нуле температур. Так что гелий — единственное вещество, которое при нормальном давлении всегда остается жидким. Можно даже сказать, что именно соотношение неопределенностей не позволяет ему замерзнуть. Физики называют жидкий гелий квантовой жидкостью. Она обладает таким удивительным макроскопическим квантовым свойством, как сверхтекучесть.

При давлении около 25 атмосфер жидкий гелий все-таки затвердевает. Твердый гелий, правда, тоже не совсем кристалл. В нем нулевые колебания определяют, например, кинетическую энергию атомов на границе между твердым и жидким гелием, и вследствие этого поверхность

кристалла может совершать гигантские колебания, словно граница между двумя неперемещивающимися жидкостями (рис. 21.4). Твердый гелий физики назвали квантовым кристаллом, и его свойства сейчас интенсивно исследуются.

Рис. 21.4: Волны на
границе между твердым
(светлая область) и
жидким гелием.



Глава 22

О снежках, орехах, пузырьках и... жидкому гелию

Ель в лесу, под елью белка,
Белка песенки поет
И орешки все грызет,
А орешки не простые,
Все скорлупки золотые,
Ядра — чистый изумруд, —
Вот что чудом-то зовут.

A. С. Пушкин

Сказка о царе Салтане

Гелий находится почти в самом начале таблицы Менделеева, и тем не менее с момента открытия он доставил физикам массу хлопот необычностью своих свойств. Правда, эти хлопоты с лихвой окупаются красотой и уникальностью явлений, происходящих в жидкому гелию, а также теми возможностями, которые он открывает перед исследователями и инженерами для получения очень низких температур. Среди приключений этой квантовой жидкости, наряду со сверхтекучестью¹, стоит и особый, не такой, как в других жидкостях, механизм переноса электрического заряда, о котором мы и расскажем ниже.

Когда в конце 50-х годов физики только приступали к исследованию этого вопроса, токазалось, что самыми подходящими кандидатами в носители заряда являются электроны и положительные ионы, которые образуются при ионизации гелия. При этом предполагалось, что положительный

¹ См. книгу: Эдельман В. С. Вблизи абсолютного нуля.— М.: Наука, 1983.— Библиотечка «Квант», вып. 26.

заряд переносят не непосредственно ионы гелия (они сравнительно тяжелы и трудно разгоняются электрическим полем), а... дырки.

Для того чтобы понять, что такое «дырка», представьте себе, что электрон, находящийся в атоме гелия, в какой-то момент «перепрыгивает» со своего атома на оказавшийся поблизости положительный ион гелия. На его освободившееся место «перепрыгивает» электрон с соседнего атома, на место этого электрона — третий, со следующего атома, и так далее. Со стороны такой чехарда электронов выглядит как движение положительного заряда в противоположную сторону. А так как на самом деле этого положительного заряда нет, а имеет место просто отсутствие очередного электрона на его «рабочем месте», то такой объект называют «дыркой». Этот механизм обычно «работает» в полупроводниках, но представлялось весьма вероятным, что он годится и для жидкого гелия.

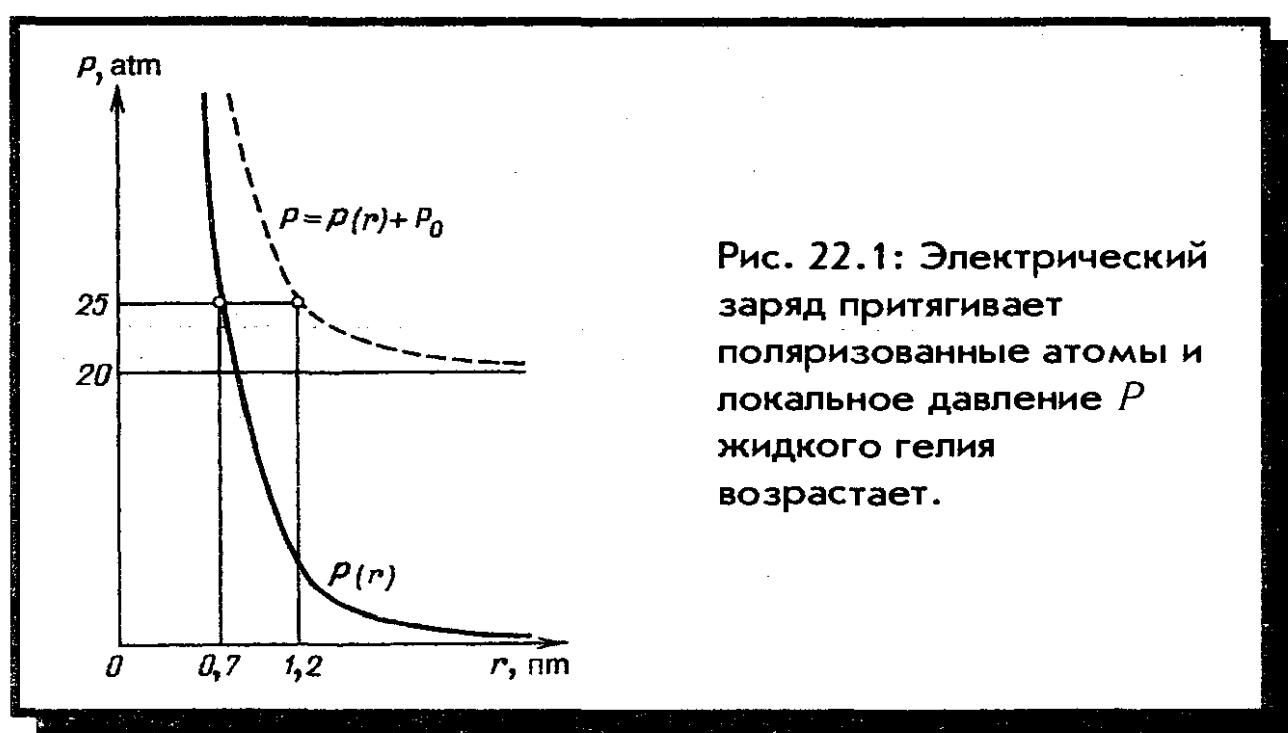
Для измерения масс носителей положительного и отрицательного заряда исследовались их траектории в жидком гелии при наложении однородного магнитного поля. Как известно, при попадании заряженной частицы с некоторой начальной скоростью в магнитное поле ее траектория «закручивается» в окружность или спираль. Зная начальную скорость, величину магнитного поля и измерив радиус кругового движения частицы, можно легко определить ее массу. Результаты этих экспериментов оказались весьма неожиданными: массы носителей положительного и отрицательного зарядов в десятки тысяч раз превышали массу свободного электрона!

Конечно, движение электронов и дырок в жидком гелии происходит в окружении атомов, с которыми они взаимодействуют, и поэтому найденные таким образом массы носителей могут отличаться от массы свободного электрона, однако отличаться на пять порядков — это уж слишком! Столь разительное расхождение теоретических расчетов и экспериментальных данных непозволительно даже для необычного гелия. Поэтому необходимо было предложить что-то новое, какой-то до тех пор неизвестный механизм.

Правильное объяснение структуры носителей положительного заряда в жидком гелии вскоре было предложено американским физиком Аткинсоном. Известно, что для перевода вещества из жидкого в твердое состояние не обязательно понижать температуру — можно при постоянной температуре повышать давление и этим заставлять вещество затвердевать. То давление, при котором вещество затвердевает, называется давлением затвердевания ($P_{\text{тв}}$). Естественно, что величина $P_{\text{тв}}$ зависит от температуры: чем температура выше, тем труднее путем повышения давления заставить жидкость перейти в твердую фазу, то есть с увеличением температуры $P_{\text{тв}}$ растет. Оказалось, что вся «хитрость» в структуре носителя положительного заряда заключена именно в сравнительно малом давлении затверде-

вания жидкого гелия: при достаточно низких температурах $P_{\text{тв}} = 25$ атм. Именно этот факт и приводит к весьма необычной структуре носителей положительного заряда в жидком гелии.

Мы уже упоминали, что в жидком гелии могут существовать положительные ионы. Взаимодействие такого иона с нейтральным атомом гелия приводит к тому, что его электроны чуть-чуть притягиваются к положительному иону, а положительно заряженное ядро атома, наоборот, отталкивается от него. В результате центры положительного и отрицательного зарядов в атоме перестают совпадать и оказываются разнесенными на некоторое расстояние. Таким образом, наличие положительных ионов в жидком гелии приводит к поляризации его атомов. Эти поляризованные атомы притягиваются к положительному иону, что приводит к повышению их концентрации (то есть к появлению избыточной плотности), а следовательно, и к повышению давления по мере приближения к иону. Графическая зависимость избыточного давления от расстояния r до положительного иона показана на рис. 22.1.



Как мы уже говорили, при давлении в 25 атм и низких температурах жидкий гелий затвердевает¹. Поэтому, как только давление вблизи положительного иона достигнет этого значения, соответствующий объем жидкого гелия вокруг него затвердеет. Из рис. 22.1 видно, что при малом внешнем давлении затвердевание происходит на расстоянии $r_0 = 0,7$ нм

¹Как вы помните из предыдущей главы, *твердым* гелий можно назвать лишь с оговорками.

от иона. Таким образом, положительный ион оказывается как бы «вмерзшим» в «снежок» из твердого гелия. Если мы теперь приложим внешнее электрическое поле, то этот «снежок» начнет двигаться. Однако поскольку он является центром области избыточной плотности атомов гелия, то двигаться в электрическом поле «снежок» будет не один, а в сопровождении «почетного эскорта» — за ним потянется весь «хвост» избыточной плотности. Поэтому полная масса носителя положительного заряда определится суммой трех вкладов. Первый из них — это масса самого «снежка». Она равна произведению плотности твердого гелия на объем «снежка» и при нормальном внешнем давлении составляет $32 m_0$ ($m_0 = 6,7 \cdot 10^{-27}$ кг — масса атома гелия). Не намного меньшей оказывается и сопровождающая «снежок» «свита» — масса «хвоста» избыточной плотности, которую тащит за собой ион, составляет $28 m_0$.

Кроме того, при движении тела в жидкости происходит перемещение ее слоев. На это расходуется энергия. Поэтому для того чтобы сообщить телу при его движении в жидкости некоторое ускорение, необходимо приложить к нему большую силу, чем это потребовалось бы в пустоте. Таким образом, в жидкости тело движется так, как если бы его масса была на некоторую величину больше истинной. Эту дополнительную массу, связанную с перемещением слоев жидкости, называют присоединенной¹. Для «снежка», движущегося в жидком гелии при нормальном атмосферном внешнем давлении, присоединенная масса оказывается равной $15m_0$.

Итак, для полной массы носителя положительного заряда, движущегося в жидком гелии, расчет дает значение $75 m_0$, что уже хорошо согласуется с величиной, измеренной при эксперименте.

Для объяснения механизма переноса положительного заряда таким образом нам понадобились лишь представления классической физики. Иначе обстоит дело с носителями отрицательного заряда. Прежде всего оказывается, что отрицательно заряженных атомарных ионов гелия He^- не существует (правда, могут образовываться отрицательные молекулярные ионы He_2^- , но таких ионов образуется немного, и в переносе заряда главную роль играют не они). Поэтому претендентом в носители отрицательного заряда по-прежнему остается электрон, которому, правда, катастрофически не хватает массы для согласия с экспериментальными данными. Тут-то и приходится столкнуться с причудами квантового мира. Эксперимент показывает, что электрон, которому мы уготовили роль носителя отрицательного заряда в жидком гелии... не может даже беспрепятственно в него проникнуть.

¹Мы уже встречали это понятие в главе 12, см. стр. 96. Вы, наверное, помните, что присоединенная масса равна половине массы вытесняемой пузырьком жидкости.

Для того чтобы в этом разобраться, нам придется сделать небольшое отступление и рассказать об устройстве атомов, имеющих несколько электронов.

В микромире действует важнейший принцип, определяющий поведение коллектива одинаковых частиц. Применительно к электронам его называют принципом Паули¹. Согласно этому принципу никакие два электрона не могут одновременно находиться в одинаковых квантовых состояниях. Именно принцип Паули объясняет «нелюбовь» атомов гелия к свободным электронам, определяющую те трудности, которые электрону нужно преодолеть, чтобы проникнуть в жидкий гелий.

Энергия электрона в атоме, как мы уже говорили, принимает только определенные квантовые значения. При этом важно, что данному значению энергии может соответствовать несколько различных состояний электрона, отличающихся характером его движения в атоме (например, формой орбиты, а на квантовом языке — устройством облака вероятности, определяющего размазывание электрона в пространстве). Состояния с одинаковым значением энергии образуют оболочку. Согласно принципу Паули с ростом числа электронов в атоме (порядкового номера элемента) они не скапливаются в одинаковых состояниях, а постепенно заполняют все новые оболочки.

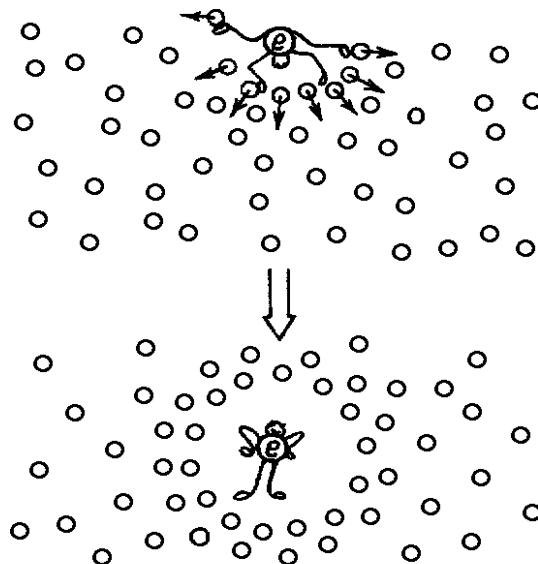
Сначала заполняется первая оболочка, отвечающая наименьшей возможной энергии. В ней, вблизи ядра, размещаются только два электрона. Поэтому у гелия, имеющего порядковый номер 2 в таблице Менделеева, первая оболочка оказывается целиком заполненной. Третьему электрону тут уже места нет, и он может расположиться только на достаточном отдалении от ядра. При приближении «лишнего» электрона на расстояние порядка размера атома гелия возникают силы отталкивания, препятствующие дальнейшему сближению.

Таким образом, чтобы загнать электрон в толщу гелия (например, через поверхность), необходимо совершить некоторую «работу входа». Итальянские физики Каррери, Фазоли и Гаэта предположили, что электрон «расталкивает» атомы, к которым он не имеет права приближаться слишком близко, и образует вокруг себя сферически симметричную полость — своеобразный «пузырек» (рис. 22.2). Такой пузырек вместе с «мечущимся» в нем электроном и является носителем отрицательного заряда в жидким гелии.

Размеры этого пузырька можно оценить. Хоть на близких расстояниях электрон и отталкивается от атомов гелия, однако с увеличением

¹ В. Паули (1900–1958) — швейцарский физик-теоретик, жил в США; труды по квантовой механике, квантовой теории поля, теории относительности и др. Лауреат Нобелевской премии 1945 г.

Рис. 22.2: Из-за квантовых эффектов электрон не может приблизиться к атомам гелия и расталкивает их.



расстояния силы отталкивания быстро падают. В то же время с удаленными атомами Не электрон поступает точно так же, как и положительный ион,— он поляризует их. Поэтому на больших расстояниях взаимодействие электрона с атомами гелия будет таким же, как и в рассмотренном выше случае «снежка». Следовательно, по мере приближения к «пузырьку», в котором «сидит» электрон, избыточное давление в гелии возрастает по тому же закону (см. рис. 22.1). Однако в случае малого внешнего давления на границе «пузырька» оно еще остается гораздо меньшим 25 атм из-за сравнительно большого его размера. Кроме этого давления, связанного с избыточной плотностью поляризованного гелия, на границе «пузырька» действуют силы поверхностного натяжения, направленные так же, как и силы избыточного давления, к центру «пузырька». Что же уравновешивает эти силы изнутри? Оказывается, противодействие им создает сам электрон.

Действительно, согласно соотношению неопределенностей, о котором мы подробно говорили в предыдущей главе, погрешность в измерении импульса электрона связана с неопределенностью в его положении в пространстве соотношением $\Delta p \sim \hbar/\Delta x$. В рассматриваемом случае положение электрона определяется с точностью до размеров самого «пузырька», то есть $\Delta x \sim R$. Следовательно, находясь внутри «пузырька», электрон не «сидит на месте», как мы считали выше, а непрерывно «мечется» по нему, обладая импульсом порядка \hbar/R и, следовательно, кинетической энергией $E_k = p^2/2m_e \sim \hbar^2/2m_e R^2$. В результате его ударений со стенками создается некоторое давление (вспомните основное уравнение молекулярно-кинетической теории, связывающее давление газа со средней кинетиче-

ской энергией хаотического движения его частиц и их концентрацией: $P = \frac{2}{3}n\bar{E}_k$), которое и компенсирует полное давление на «пузырек» извне. Иными словами, электрон внутри «пузырька» ведет себя подобно газу в закрытом сосуде, но этот газ состоит всего лишь из одной частицы! Концентрация такого газа, очевидно, есть $n = 1/V = 3/4\pi R^3$. Подставляя эту величину и кинетическую энергию $E_k \approx \hbar^2/2m_e R^2$ в выражение для давления, находим, что $P_e \approx \hbar^2/4\pi m_e R^5$ (точный квантовомеханический расчет дает для этой величины заметно большее значение¹ $P_e = \pi^2 \hbar^2/4m_e R^5$).

Пока внешнее давление мало, то давление на пузырек в основном определяется силами поверхностного натяжения: $P_L = 2\sigma/R$ (P_L — Лапласовское давление, см. главу 10). Приравнивая $P_e = P_L$, находим, что радиус устойчивого пузырька составляет

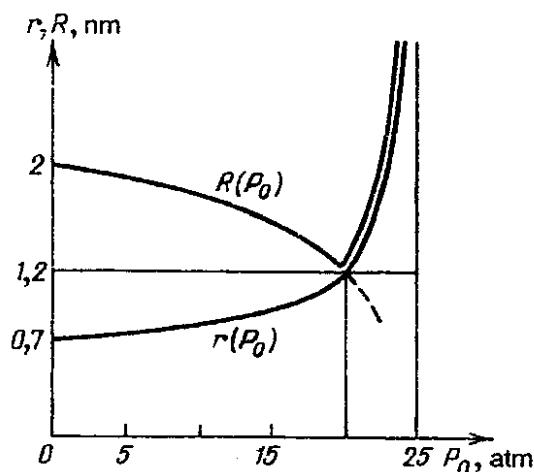
$$R_0 = \left(\frac{\pi^2 \hbar^2}{8m_e \sigma} \right)^{1/4} \approx 2 \text{ нм.}$$

Итак, мы выяснили, что носителями отрицательного заряда в жидким гелии являются «пузырьки» с электронами внутри. Масса таких носителей вычисляется так же, как и масса «снежков». Однако теперь собственной массы «пузырька» практически нет — она равна массе электрона и пренебрежимо мала по сравнению с массой увлекаемой жидкости («свитой») и присоединенной массой. Поэтому полная масса носителя заряда в жидким гелии определяется лишь присоединенной массой и массой «хвоста» увлекаемой избыточной плотности, которая сопровождает «пузырек» при его движении; из-за большого размера «пузырька» она оказывается значительно больше массы «снежка» и составляет 245 m_0 .

Теперь рассмотрим, как влияет на свойства носителей зарядов рост внешнего давления. На рис. 22.1 пунктиром показана зависимость полного давления вблизи иона в жидким гелии (с учетом внешнего давления) от расстояния до иона для $P_0^* = 20$ атм. Такая зависимость для произвольного внешнего давления $P_0 < 25$ атм получается переносом зависимости для $P_0 = 0$ вдоль оси ординат. Как видно из рис. 22.1, чем больше внешнее давление, тем на большем расстоянии от иона полное давление становится равным 25 атм. Поэтому с ростом внешнего давления «снежок» ведет себя подобно настоящему снежному кому, спущенному с горы вниз: он стремительно обрастает «снегом» — твердым гелием, становясь все больше и больше. Зависимость размера снежка $r(P_0)$ от внешнего давления показана на рис. 22.3.

¹ Отличие вызвано тем, что электрон предпочитает находиться в середине полости, а не рядом с отталкивающими стенками. Поэтому реальная неопределенность координаты оказывается меньше, и давление возрастает. (Прим. ред.)

Рис. 22.3: Зависимости радиусов "пузырька" R и «снежка» r от внешнего давления P_0 .

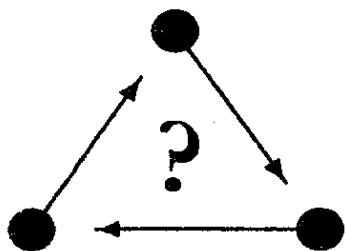


А как ведет себя «пузырек» с ростом внешнего давления? До поры до времени, подобно любому пузырьку в жидкости, при нарастании внешнего давления он покорно сжимается. Его радиус $R(P_0)$ уменьшается, как это показано на рис. 22.3. Но вот, при давлении $P_0^* = 20$ атм, графики зависимостей $r(P_0)$ и $R(P_0)$ пересекаются — при этом давлении размеры «пузырька» и «снежка» становятся одинаковыми и равными 1,2 нм. Что будет делать «снежок» при дальнейшем увеличении давления, мы знаем — он будет стремительно наращивать свои размеры за счет затвердевающего на его поверхности гелия. А как вести себя «пузырьку» — сжиматься дальше (штриховая линия на рис. 22.3)? Тут-то «пузырек» и проявляет свой норов — при дальнейшем повышении давления он, подобно «снежку», начинает обрастиать ледяной коркой из твердого гелия. Действительно, как это видно из рис. 22.1, при внешнем давлении $P_0^* = 20$ атм полное давление на границе пузырька (на расстоянии 1,2 нм от его центра) становится равным 25 атм, то есть достигает давления затвердевания жидкого гелия. «Пузырек» при этом «одевается в ледяную скорлупу», внутренний радиус которой при дальнейшем повышении давления остается приблизительно неизменным, а внешний в точности равен размеру «снежка» при соответствующем давлении.

Итак, при внешних давлениях больше $P_0^* = 20$ атм «пузырьки» обрастают «ледяной скорлупой» и превращаются, таким образом, в некое подобие орехов. Однако ядрышко у этих «орехов» весьма своеобразное — это электрон, который «мечется» внутри скорлупы из твердого гелия.

Остается добавить, что при $P_0 \rightarrow 25$ атм внешний радиус «ореха», как и «снежка», стремится к бесконечности, что соответствует полному затвердеванию жидкого гелия во всем объеме сосуда. В твердом гелии носителями отрицательного заряда оказываются вмерзшие в него «пу-

зырьки» с размерами, равными внутреннему радиусу бывшего «ореха», — примерно 1,2 нм. Положительный заряд переносят вмерзшие ионы гелия — остатки бывших «снежков». Однако теперь переносить заряды не так-то просто — ведь они находятся в твердом веществе. Поэтому и подвижность этих носителей на много порядков ниже, чем у «снежков» и «пузырьков» в жидким гелием.



Каковы размеры области внутри «пузырька», где электрон проводит большую часть времени?

Глава 23

Страсти по сверхпроводимости в конце тысячелетия

Его взгляд случайно упал на таз с золотом. Он ударил его ногой, и рассыпал золото по снегу.

— Это не наше золото, — сказал он. — Оно принадлежит тому лоботрясу, которого я вчера прогнал. И, как оказывается, для его же пользы

Джек Лондон

Смок Беллью

Наверное, стоило лишь упомянуть имя Джека Лондона, как на вас пахнуло суровой романтикой Клондайка, когда обжигающий ледяной ветер не в силах был остыть страсти сорвиголов, готовых рисковать жизнью ради пригоршни золотого песка. Кто из нас, читая про Смока Беллью, не сетовал, что поздно родился! Но не спешите. Оказывается, за полнотой жизни не надо мчаться на собачьей упряжке. Совсем недавно, на исходе двадцатого века, в научных лабораториях разгорелись страсти, не уступавшие азарту Лондоновских героев. И даже слова звучали те же: золото, холод, удача... Да и ставки в этой игре были не ниже, чем в казино в Доусоне. Впрочем, начиналось все тихо-мирно.

О сверхпроводимости слышали, наверное, все читатели. Это явление состоит в том, что при низких температурах электрическое сопротивление ряда чистых металлов и сплавов становится равным нулю, и электрический ток течет безо всяких потерь.

На протяжении почти всего прошедшего века под «низкими температурами» почти всегда понимали диапазон 10–20 К, то есть область на 10–20 градусов выше абсолютного нуля ($-273,15^{\circ}\text{C}$). Для охлаждения

вещества до такой температуры его помещают в жидкий гелий, который при нормальном давлении кипит при температуре 4,2 К и не замерзает, как вы уже знаете, вплоть до абсолютного нуля.

Все это время в лабораториях всего мира физики и химики искали вещества, которые становились бы сверхпроводящими при не слишком низких температурах (например, чтобы для их охлаждения можно было использовать сравнительно дешевый и доступный жидкий азот). Поэтому понятно, что открытие нового класса сверхпроводников, электрическое сопротивление которых обращается в нуль при температурах выше 100 К было встречено, как самое яркое событие в физике конца столетия. По своему значению это достижение сегодня сравнивают с обнаруженным в начале XIX века явлением электромагнитной индукции. В XX же веке его можно поставить в один ряд с открытием деления урана и созданием лазера и полупроводниковых приборов...

Начнем с конца

Начало новому захватывающему этапу в развитии сверхпроводимости положила работа А. Мюллера и Г. Беднорца из исследовательской лаборатории фирмы IBM в Швейцарии. На рубеже 1985—1986 годов этим ученым удалось синтезировать соединение лантана, бария, меди и кислорода, так называемую металлооксидную керамику La—Ba—Cu—O, которое проявляло признаки сверхпроводимости при рекордно высокой по тем, еще недавним, временам температуре в 35 Кельвинов! Статья под осторожным названием «Возможность высокотемпературной сверхпроводимости в системе La—Ba—Cu—O» была отклонена ведущим американским физическим журналом «Physical Review Letters» — научное сообщество за последние двадцать лет устало от многочисленных ложных сенсаций по поводу открытия то в одном, то в другом месте мифического высокотемпературного сверхпроводника и таким образом ограждало себя от очередного бума. Мюллер и Беднорц отослали статью в немецкий журнал «Zeitschrift für Physik». Сейчас, когда сверхпроводящий бум действительно разразился и даже несколько угас, а исследования высокотемпературных сверхпроводников ведутся в сотнях лабораторий, почти каждая из тысяч статей, посвященных исследованию нового явления, начинается со ссылки на эту публикацию, осенью же 1986 года она прошла почти незамеченной¹. Лишь одна японская группа на всякий случай перепроверила и... подтвердила

¹ Нобелевская премия по физике 1987 года присуждена А. Мюллеру и Г. Беднорцу. О чрезвычайной важности сделанного ими открытия свидетельствует тот факт, что между выходом в свет статьи и присуждением премии прошло немногим более года.

заявленный в этой статье результат. Затем феномен высокотемпературной сверхпроводимости был подтвержден американскими, китайскими, советскими физиками...

В начале 1987 года весь мир охватила лихорадка поиска новых и исследование свойств уже обнаруженных сверхпроводников. Критическая температура быстро повышалась: для керамики La—Sr—Cu—O она составила уже 45 К, для La—Ba—Cu—O (под давлением) поднялась до 52 К и, наконец, в феврале 1987 года, когда американец Пол Чу догадался сымитировать действие внешнего давления заменой атомов лантана (La) соседними по столбцу таблицы Менделеева, но меньшими по размеру атомами иттрия (Y), критическая температура синтезированного соединения $YBa_2Cu_3O_7$ перевалила через заветный «азотный рубеж», достигнув 93 Кельвинов.

Это был долгожданный триумф, однако еще не конец истории: в 1988 году синтезируется соединение, состоящее уже из пяти элементов, типа $Ba_2Ca_2Sr_2Cu_3O_{10}$ с критической температурой 110 К, а несколько позже — ртутные и таллиевые его аналоги с температурой 125 К. Под давлением в 300 атм предельная критическая температура ртутного рекордсмена уже неплохо звучит и по шкале Цельсия: -108°C !

Открытие высокотемпературной сверхпроводимости во многом уникально для современной физики. Во-первых, оно сделано всего двумя учеными и очень скромными средствами. Во-вторых, в состав обнаруженных соединений входят легкодоступные элементы, и, в принципе, такие сверхпроводники могут быть приготовлены за день работы в школьном кабинете химии. Какой разительный контраст с открытиями в других областях физики, скажем физики высоких энергий! Здесь исследования ведутся большими «командами» ученых — перечисление авторов статьи иногда занимает целую журнальную страницу, а используемое оборудование стоит многие миллионы долларов. Новое открытие внушает оптимизм — время исследователей-одиночек в физике еще не миновало! Наконец, несмотря на то, что его ждали семьдесят пять лет, это открытие застало всех врасплох. Теоретики могли только развести руками, и чем выше становилась критическая температура по мере открытия все новых и новых сверхпроводников, тем шире руки приходилось разводить.

Так случайно или закономерно открытие Мюллера и Беднорца? Можно ли было синтезировать вещество со столь уникальными свойствами раньше? Как непросто дать ответы на эти вопросы. Мы давно привыкли к тому, что все новое получается на грани возможностей: с применением уникальных установок, сверхсильных полей, сверхнизких температур, сверхвысоких энергий. Здесь же ничего такого нет, «испечь» высокотемпературный сверхпроводник, как говорилось, не так уж сложно — с этим

вполне мог бы справиться квалифицированный средневековый алхимик. Стоит вспомнить, что два десятка лет назад во многих лабораториях мира интенсивно исследовалось весьма необычное сверхпроводящее соединение — так называемое алхимическое золото. Это название соединение получило за свой желтый блеск и большой удельный вес, что делало его похожим на благородный металл. Синтезированное алхимики еще в средние века, оно, бывало, выдавалось за настоящее золото и рекламировалось как результат успешного применения философского камня. Алхимическое золото — довольно сложное соединение, и, как знать, не «испекли» ли бы высокотемпературный сверхпроводник в средние века, обладай он золотым блеском?

Что касается средних веков, то там, конечно, все обстоит в высшей степени проблематично, но читателю, по-видимому, любопытно будет узнать, что некоторые из сегодняшних высокотемпературных сверхпроводников лежали на полке лабораторного шкафа с... 1979 года! Именно тогда в Институте общей и неорганической химии АН СССР они были синтезированы И. С. Шаплыгиным с соавторами совсем для других целей. Однако измерений проводимости этих соединений при низких температурах, позволивших бы обнаружить новое явление, проведено не было — открытие не состоялось¹...

От удивления — к пониманию

Теперь, когда во всем мире обсуждают свойства высокотемпературных сверхпроводников и перспективы их применений в науке и технике, многие моменты истории развития сверхпроводимости высвечиваются не так, как было до этого выдающегося открытия.

Впервые о сверхпроводимости, одном из самых ярких и необычных явлений физики твердого тела, стало известно 28 апреля 1911 года, когда нидерландский физик Г. Камерлинг-Оннес² на заседании Королевской академии наук в Амстердаме сообщил о только что обнаруженном им эффекте — полном исчезновении электрического сопротивления ртути, охлажденной жидким гелием до температуры 4,15 Кельвина. Хотя этого открытия никто не ожидал, и оно противоречило существовавшей в те времена классической электронной теории металлов, тот факт, что первооткрывателем сверхпроводимости стал Камерлинг-Оннес, был не случаен.

¹ Сверхпроводник, приготовленный в Средние Века, был обречен на забвение по той же причине: под рукой не оказалось жидкого гелия! (Прим. ред.)

² Х. Камерлинг-Оннес (1853—1926) — голландский физик, пионер физики низких температур; лауреат Нобелевской премии 1913 г.

Дело в том, что именно ему первому удалось решить труднейшую научную и техническую задачу того времени — получить жидкий гелий (температура кипения 4,2 К), возможность работать с которым позволила заглянуть в неведомый мир температур, близких к абсолютному нулю. Он решил тут же применить появившееся средство исследования для выяснения низкотемпературного поведения сопротивления чистых металлов. В это время шла оживленная теоретическая дискуссия: обращается ли в ноль или остается конечным сопротивление чистого металла при абсолютном нуле температуры. Будучи сторонником первой точки зрения, Камерлинг-Оннес с удовлетворением воспринял полученный на ртути результат, однако вскоре осознал, что обращение сопротивления в ноль при конечной температуре является совсем иным эффектом.

Подчеркнем, что в сверхпроводящем состоянии сопротивление образца электрическому току равно нулю не приблизительно, а строго. Поэтому по сверхпроводящей замкнутой цепи ток может сколь угодно долго циркулировать, не затухая. Самое длительное существование незатухающего сверхпроводящего тока — около двух лет — было зафиксировано впоследствии в Англии (этот ток циркулировал бы в кольце и поныне, если бы не перерыв в снабжении лаборатории жидким гелием, вызванный забастовкой транспортных рабочих). Даже спустя два года не было замечено никакого ослабления тока.

Вскоре после открытия сверхпроводимость обнаружили не только в ртути, но и в целом ряде других металлов. Перспективы практического применения открытого явления казались безграничными: линии передачи электроэнергии без потерь, сверхмощные магниты, электромоторы и трансформаторы новых типов и так далее. Однако два препятствия встали на пути реализации этих планов.

Первое — это чрезвычайно низкие критические температуры, при которых явление сверхпроводимости наблюдалось во всех известных материалах. Для охлаждения сверхпроводников до столь низких температур приходилось пользоваться остродефицитным гелием (запасы его на Земле ограничены, и получение одного литра жидкого гелия даже сейчас обходится в несколько долларов). Это обстоятельство делало многие заманчивые проекты использования сверхпроводимости попросту нерентабельными. Второе препятствие — его вскоре обнаружил сам Камерлинг-Оннес — связано с тем, что сверхпроводимость оказалась весьма «капризной» по отношению к магнитному полю (а следовательно, и к предельной величине протекающего тока): в сильных полях она разрушалась.

Следующим фундаментальным свойством сверхпроводящего состояния, обнаруженным в 1933 году, оказался так называемый эффект Мейснера: полное «выталкивание» массивным сверхпроводником магнитного

поля из своего объема. Однако экспериментальное изучение сверхпроводимости по-прежнему затруднялось необходимостью работать с жидким гелием, поскольку до войны его получали лишь в десятке лабораторий мира (в СССР таких лабораторий было две).

Сущность феномена сверхпроводимости оставалась совершенно неподъемной с точки зрения классической теории металлов, а квантовая теория в то время лишь начинала создаваться. Была предложена так называемая феноменологическая двухжидкостная модель, в которой принималось сосуществование в сверхпроводящем металле двух сортов электронов: обычных, взаимодействующих с решеткой, и особых, сверхпроводящих, с решеткой по каким-то причинам не взаимодействующих. Это позволило братьям Гейнцу и Фрицу Лондонам¹ написать уравнения электродинамики сверхпроводника, описывающие эффект Мейснера² и некоторые другие свойства, однако микроскопическая природа сверхпроводимости оставалась загадкой.

Открытие в 1938 году П. Л. Капицей³ явления сверхтекучести — протекания жидкого гелия без какой-либо вязкости через сколь угодно тонкие капилляры при температурах ниже 2,18 К — и последующее объяснение этого явления Л. Д. Ландау⁴ породили надежды на скорое понимание феномена сверхпроводимости. Оказалось, что при низких температурах в системе атомов гелия, являющихся квантовыми частицами с целым спином, происходит их накапливание на самом низком энергетическом уровне (явление Бозе-конденсации). Ландау показал, что при этом в энергетическом спектре возбуждений появляется характерная щель, приводящая к возможности сверхтекучего состояния. Это чисто квантовое, однако проявляющееся в макроскопическом масштабе, явление позволило Ландау назвать жидкий гелий «окном в квантовый мир».

Механически перенести ту же идеологию на сверхпроводимость, т. е. трактовать ее как сверхтекучесть электронов в металле, не удалось. Дело в том, что поведение квантовой системы электронов (частиц с полуцелым спином — так называемых фермионов) кардинально отличается от пове-

¹Братья Фриц (1900–1954) и Гейнц (1907–1970) Лондоны родились в Германии, покинули родину в середине тридцатых годов. Впоследствии работали в США (Ф. Лондон) и в Англии (Г. Лондон). Специалисты по физике низких температур, сверхпроводимости и сверхтекучести.

²См. стр. 225

³П. Л. Капица (1894–1983) — русский физик-экспериментатор. Труды по физике низких температур, физике и технике сверхсильных магнитных полей, электронике больших мощностей, физике плазмы. Открыл сверхтекучесть жидкого гелия. Лауреат Нобелевской премии 1978 г.

⁴Л. Д. Ландау (1908–1968) — советский физик-теоретик. Автор классических трудов по теориям сверхпроводимости и сверхтекучести, физике твердого тела, теории фазовых переходов. Лауреат Нобелевской премии 1962 г.

дения системы атомов гелия (частиц с целым спином — бозонов). Здесь и при нулевой температуре могут возникать возбуждения со сколь угодно малыми энергиями, а следовательно, не выполняется сформулированный Ландау критерий сверхтекучести. Естественное желание свести задачу к предыдущей наталкивало на мысль создать из двух электронов-фермионов один составной бозон с суммарным целым спином, после чего реализовать для сверхпроводимости схему сверхтекучести по Ландау. Однако этому, очевидно, мешало кулоновское¹ отталкивание между двумя электронами, пусть даже и сильно экранированное в электронейтральном металле.

Прошло еще десять лет, и в 1950 году был открыт так называемый «изотопический эффект», который впервые указал на связь явления сверхпроводимости с кристаллической решеткой металла. При измерении критической температуры свинца обнаружилось, что она зависит от массового числа исследуемого изотопа, т. е. сверхпроводимость перестала быть чисто электронным явлением. Чуть позже Х. Фрёлих² и Дж. Бардин независимо показали, что взаимодействие электронов с колебаниями решетки — фононами — может приводить к притяжению. Это притяжение в принципе может даже эффективно превышать кулоновское отталкивание между электронами, однако не следовало забывать об огромных кинетических энергиях электронов, казалось бы, разрывающих найденную слабую связь. Составные бозоны снова не получились.

В том же 1950 году на основе накопленного экспериментального материала и развития теоретических представлений о физике твердого тела, зиждущихся на применении квантовой механики и статистической физики, В. Л. Гинзбург³ и Л. Д. Ландау создают новую феноменологическую теорию сверхпроводимости: так называемую теорию Гинзбурга — Ландау. Эта теория оказалась настолько провидческой и успешной, что и сегодня является мощным инструментом исследования сверхпроводимости, несмотря на прошедшие 50 лет и последующее создание микроскопической теории сверхпроводимости.

В 1957 году американскими учеными Дж. Бардином, Л. Купером и Дж. Шриффером⁴ собираются воедино упомянутые выше намеки и идеи и

¹Ш. О. Кулон (1736–1836) — французский физик-экспериментатор и инженер; занимался электричеством и магнетизмом, прикладной механикой. Изобретатель крутильных весов.

²Г. Фрёлих (родился в 1905 г.) — английский физик-теоретик; работы по физике твердого тела, сверхпроводимости, теории поля.

³В. Л. Гинзбург (родился в 1916 г.) — русский физик-теоретик и астрофизик.

⁴Дж. Бардин (родился в 1905 г.) — американский физик-теоретик, дважды удостоен лауреат Нобелевской премии; в 1956 г. за создание транзистора и в 1972 г. за теорию сверхпроводимости.

Л. Купер (родился в 1930 г.) и Р. Шриффер (родился в 1931 г.) — американские физики, лауреаты Нобелевской премии 1972 г.

формулируется последовательная микроскопическая теория сверхпроводимости (известная как теория БКШ). Явление сверхпроводимости, действительно, оказалось связанным с возникновением в металлах притяжения между электронами. Природа этого притяжения носит сугубо квантовый характер. Большие кинетические энергии электронов, обусловленные особенностями основного состояния квантовой системы фермионов, не помеха: спаривание возникает не между самими электронами, а между низкоэнергетическими возбуждениями в этой системе — квазичастицами. Они имеют тот же заряд, что и электрон, и некоторую эффективную массу, однако в металлической фазе их энергии могут быть сколь угодно малыми¹. Притяжение приводит к перестройке и этого спектра и к «открытию» в нем так необходимой для выполнения критерия сверхтекучести Ландау щели.

В качестве нестрогой аналогии можно привести пример двух шариков, лежащих на резиновом коврике. Если эти шарики далеки друг от друга, то каждый из них деформирует коврик, образуя вокруг себя лунку. Если же положить сначала один шарик, а затем невдалеке от него другой, то их лунки сольются в одну и шарики скатятся вместе на дно общей лунки. В металлах подобное притяжение возникает вследствие деформации кристаллической решетки. Часть квазичастиц (обычно, после введения в теорию, их снова называют электронами) при достаточно низких температурах как бы объединяются в связанные (так называемые куперовские — по имени их первооткрывателя) пары, которые, пребывая в особом, квантовом состоянии, переносят электрический ток без потерь энергии. Размеры таких пар в атомном масштабе весьма велики — они могут достигать сотен и тысяч межатомных расстояний. По образному сравнению Дж. Шриффера их следует представлять, не как два электрона, связанных друг с другом наподобие двойной звезды, а, скорее, как двух партнеров, пришедших вместе в дискотеку, но танцующих, может быть, в разных концах зала, когда их разделяют десятки других танцоров. Таким образом, сверхпроводимость — не что иное, как макроскопическое квантовое явление.

Итак, потребовалось почти полвека с момента открытия сверхпроводимости, прежде чем был достигнут качественный прогресс в понимании природы этого удивительного явления и создана его последовательная теория. Этот период можно считать первым этапом в изучении сверхпроводимости.

¹Как вы помните, это же обстоятельство препятствует сверхтекучести чистого электронного газа. (Прим. ред.)

В поисках высоких критических параметров

Создание теории сверхпроводимости послужило мощным импульсом ее целенаправленного исследования. Без преувеличения огромный прогресс был достигнут в получении новых сверхпроводящих материалов. Важную роль сыграло тут открытие А. А. Абрикосовым¹ нового класса сверхпроводников (так называемых сверхпроводников второго рода), качественно отличавшихся от уже известных своим весьма необычным поведением в магнитном поле. Если ранее считалось, что магнитное поле не может проникнуть в сверхпроводящую фазу, не разрушив ее (и это действительно верно почти для всех чистых металлов²), то Абрикосов теоретически показал, что существует и другая возможность — магнитное поле может проникать при определенных условиях в сверхпроводник в виде вихрей тока (вихрь Абрикосова), сердцевина которых переходит в нормальную фазу, периферия же остается сверхпроводящей (см. стр. 228)! В соответствии с поведением сверхпроводников в магнитном поле их стали делить на сверхпроводники первого рода (старые) и второго (открытые Абрикосовым). Важно, что сверхпроводник можно перевести из первого рода во второй, «испортить» его примесями или другими дефектами.

Началась настоящая охота за сверхпроводящими материалами, обладающими высокими критическими полями и температурами. Какими только способами их не получали. И дуговой сваркой, и быстрым охлаждением, и напылением на горячую подложку. Были открыты, например, сплавы Nb₃Se и Nb₃Al, имеющие критическую температуру (температуру перехода в сверхпроводящее состояние $T_c = 18$ К и верхние критические поля более 20 Тл). В последние годы еще более значительный прогресс был достигнут в тройных соединениях. Вплоть до открытия высокотемпературной сверхпроводимости рекордсменом по значению верхнего критического поля (60 Тл) был сплав Pb Mo₆S₈ ($T_c = 15$ К).

Среди сверхпроводников второго рода удалось найти соединения, способные нести токи большой плотности и выдерживать гигантские магнитные поля. И хотя для их практического использования пришлось решить ряд непростых технологических проблем (эти вещества были хрупкими, большие токи оказывались неустойчивыми и т. п.), факт оставался фак-

¹А. А. Абрикосов (родился в 1928 г.) — российский физик-теоретик, ученик Л. Д. Ландау, специалист по физике твердого тела.

²Следует оговориться, что подобное утверждение, строго говоря, справедливо лишь для образцов цилиндрической формы при приложении поля вдоль оси цилиндра. В случае более сложной формы образца или другой ориентации не слишком слабого магнитного поля возможна реализация так называемого промежуточного состояния, при котором макроскопические слои сверхпроводящей фазы чередуются в объеме образца с нормальными слоями.

том — одно из двух основных препятствий на пути широкого использования сверхпроводников в технике было преодолено.

Хуже обстояло дело с повышением критической температуры. Если критические магнитные поля к шестидесятым годам удалось увеличить по сравнению с первыми опытами Камерлинг-Оннеса в тысячи раз, то рост критической температуры не вселял особого оптимизма — она достигала лишь 20 Кельвинов. Таким образом, для нормальной работы сверхпроводящих устройств все так же требовался дорогой жидкий гелий. И это было особенно обидно, поскольку как раз в это время обнаружили принципиально новый квантовый эффект — эффект Джозефсона, открывший сверхпроводникам обширное поле применения в микроэлектронике, медицине, измерительной и компьютерной технике.

Проблема повышения критической температуры всталась необычайно остро. Теоретические оценки предельно возможных ее значений показывали: в рамках обычной, фононной сверхпроводимости (т. е. сверхпроводимости, обусловленной притяжением электронов друг к другу вследствие взаимодействия с решеткой) эта температура не должна была превышать 40 К. Однако обнаружение сверхпроводника и с такой критической температурой стало бы огромным достижением, так как можно было бы перейти на охлаждение сравнительно дешевым и доступным жидким водородом (его температура кипения 20 К). Это открыло бы весьма важную эпоху «среднетемпературной» сверхпроводимости, и здесь начались активные поиски совершенствования существующих и создания новых сверхпроводящих сплавов традиционными материаловедческими методами. Голубой же мечтой оставалось создание сверхпроводника с критической температурой 100 Кельвинов (а еще лучше — выше комнатной), который можно было бы охлаждать дешевым и широко используемым в технике жидким азотом.

Лучшим результатом этих поисков стал сплав с критической температурой 23,2 К — рекорд был достигнут в 1973 году и продержался долгих тринадцать лет, вплоть до 1986 года критическую температуру не удалось повысить ни на один градус.

Складывалось впечатление, что фононный механизм сверхпроводимости исчерпал свои возможности. В этой связи еще в 1964 году американским физиком Литтлом и В. Л. Гинзбургом были высказаны такие идеи: раз ограничением возможности повышения критической температуры является сама природа фононного механизма сверхпроводимости, то следует каким-то способом изменить этот механизм притяжения электронов, т. е. заставить электроны образовывать куперовские пары с помощью не фононного, а какого-то другого притяжения.

На протяжении последних двадцати лет выдвигалось множество новых теорий, детально исследовались десятки, а то и сотни тысяч самых необычных веществ. В первой же работе Литтла внимание экспериментаторов привлекли так называемые квазиодномерные соединения — длинные молекулярные проводящие цепи с боковыми отростками. Как следовало из теоретических оценок, здесь можно было ожидать заметного повышения критической температуры. Однако, несмотря на усилия многих лабораторий мира, синтезировать такие сверхпроводники не удалось. И все же на этом пути физики и химики совершили немало удивительных открытий: были получены органические металлы, а в 1980 году впервые синтезированы и органические сверхпроводники (рекордная критическая температура органических соединений на сегодня — более 10 К). Удалось получить двумерные «сэндвичи»: «металл — полупроводник», а также слоистые сверхпроводники и, наконец, магнитные сверхпроводники — в них мирно сосуществуют сверхпроводимость и магнетизм, который, согласно совсем еще недавним представлениям, полностью ей антагонистичен. Но реальных указаний на высокотемпературную сверхпроводимость так и не было.

В середине семидесятых годов среди многочисленных кандидатов в высокотемпературные сверхпроводники мелькнули и некие диковинные керамические соединения типа Рb—Ba—O. Они, будучи при комнатных температурах по своим электрическим свойствам посредственными проводниками, не слишком далеко от абсолютного нуля переходили в сверхпроводящее состояние. Конечно, «не слишком далеко» — это все же на добрый десяток градусов ниже рекордного по тем временам значения. Однако фокус состоял в том, что новое соединение и металлом-то можно было называть с большой натяжкой. Согласно имеющимся в то время теоретическим представлениям, достигнутая в керамиках величина критической температуры оказывалась не малой, а поразительно большой для таких веществ.

Это обстоятельство и привлекло внимание к керамикам как к возможным кандидатам в высокотемпературные сверхпроводники. Мюллер и Беднорц, начиная с 1983 года, подобно средневековым алхимикам, возились с сотнями различных окислов, варьируя их состав, количество, режимы синтеза. По рассказам самого Мюллера, они руководствовались некоторыми физическими соображениями, которые, похоже, сегодня находят свое подтверждение в результате сложнейших экспериментальных исследований новых веществ. На этом непростом пути в конце 1985 года они и подобрались, наконец, к соединению бария, лантана, меди и кислорода, которое при измерениях проявило признаки сверхпроводимости при 35 Кельвинах.

Квазидвумерная сверхпроводимость: между антиферромагнитным и металлическим состояниями

Сегодня уже получены десятки различных соединений, переходящих в сверхпроводящее состояние при высоких, по сравнению с рекордом 1973 года, температурах. Некоторые из них вы найдете в таблице, приведенной на рис. 23.1.

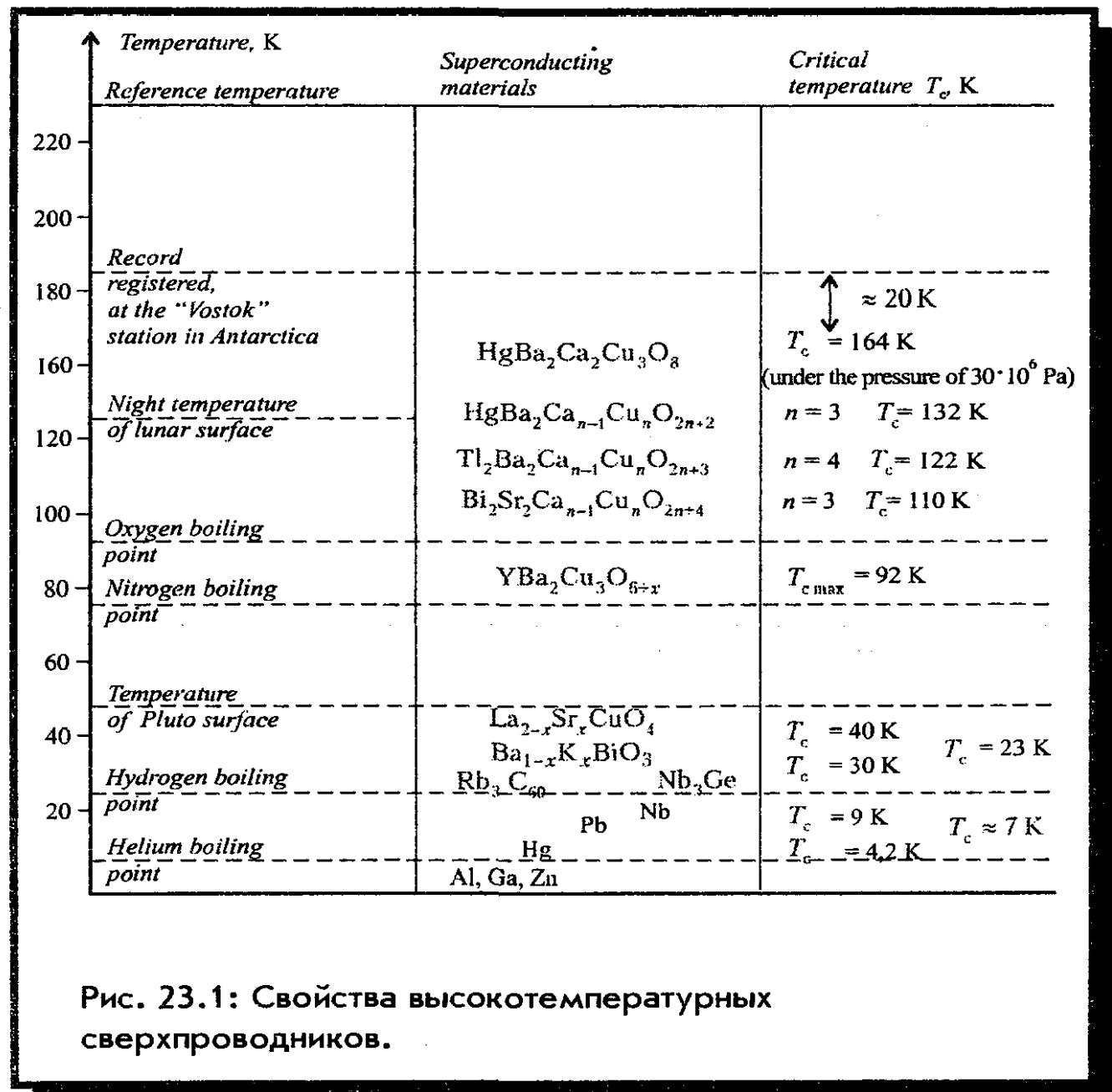
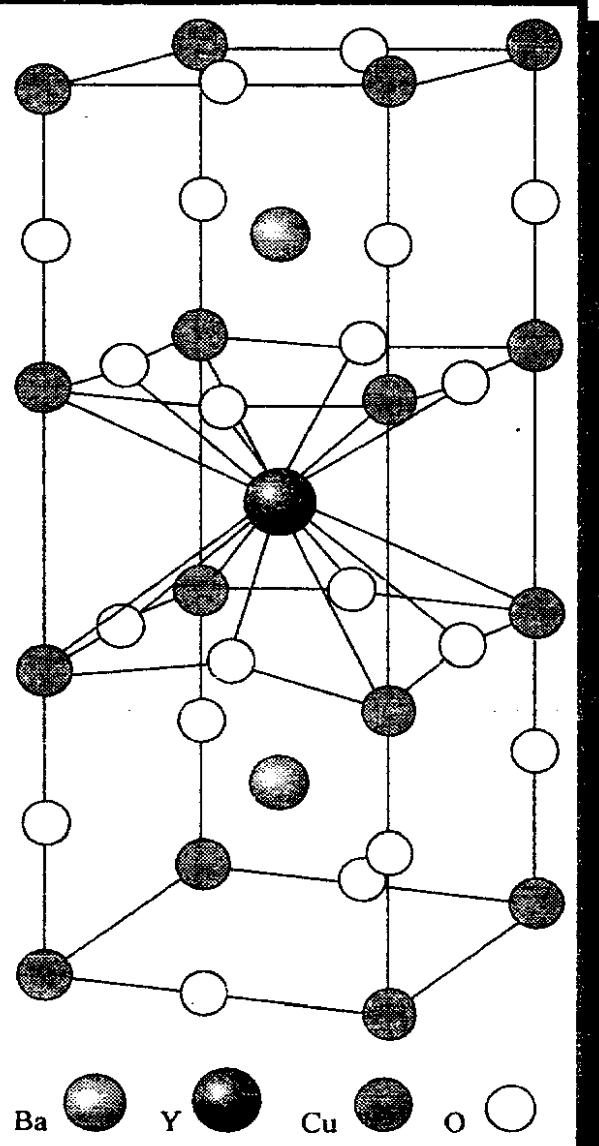


Рис. 23.1: Свойства высокотемпературных сверхпроводников.

Общей характеристикой высокотемпературных сверхпроводников является их слоистая структура. В настоящее время, пожалуй, наиболее изученным высокотемпературным сверхпроводником является соединение $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, его кристаллическая структура приведена на рис. 23.2. Как

хорошо видно, атомы меди и кислорода выстраиваются в плоскости, перемежаемые другими атомами. В результате проводящие слои чередуются с изолирующими, и движение носителей заряда (которыми, как правило, являются дырки, а не электроны) носит так называемый квазидвумерный характер: носители могут легко перемещаться внутри слоев CuO_2 , в то время как их перескоки на соседние слои происходят сравнительно редко. Куперовские пары также оказываются локализованными именно в этих слоях.

Рис. 23.2:
Кристаллическая
структура
сверхпроводящего
 $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$



Квазидвумерный характер электронного спектра высокотемпературных сверхпроводников, по-видимому, является ключевым для понимания микроскопической природы этого замечательного явления, что пока остается делом будущего. Однако уже сегодня создана замечательная по своей красоте феноменологическая теория вихревого состояния высокотемпературных сверхпроводников в магнитном поле, которая оказалась настоль-

ко интересной и богатой различного рода эффектами, что, по сути дела, выделилась в самостоятельную область физики — физику «вихревого вещества». И в ней квазидвумерность электронной жизни явилась определяющей.

Действительно, ввиду квазидвумерности электронного движения, вихри Абрикосова оказываются как бы набранными из элементарных вихрей, локализованных, вслед за куперовскими парами и самими электронами, в проводящих слоях. При низких температурах эти элементарные вихри, получившие на физическом жargonе название «блинов», благодаря слабому притяжению между ними выстраиваются в линию, а затем уже эти линии формируют вихревую решетку.

По мере повышения температуры вихревые линии из-за тепловых флуктуаций все больше и больше извиваются, и при некоторой температуре решетка плавится, примерно так же, как обыкновенный кристалл. Таким образом в высокотемпературном сверхпроводнике с повышением температуры упорядоченную решетку Абрикосова сменяет неупорядоченная фаза «вихревой жидкости», состоящая из хаотически расположенных, извивающихся и перепутывающихся между собой вихревых линий. Интересно, что при дальнейшем повышении температуры (но находясь все еще в сверхпроводящей фазе) вихревые линии могут «испаряться» — распадаться на элементарные вихри, положения которых в каждом сверхпроводящем слое будут хаотическими и совершенно независимыми от конфигурации вихрей в соседних слоях. Наличие различного рода неоднородностей, неизбежное в реальных кристаллах, еще более усложняет картину переходов между различными вихревыми формами.

Хотя в понимании свойств высокотемпературных сверхпроводников за последние годы достигнут значительный прогресс, природа самой высокотемпературной сверхпроводимости остается загадкой. Существует по крайней мере двадцать противоречащих друг другу теорий, претендующих на объяснение высокотемпературной сверхпроводимости, в то время как нужна одна, единственно правильная.

Ряд физиков полагает, что куперовские пары в этих сверхпроводниках образуются за счет своего рода магнитного флуктуационного взаимодействия. Указанием на это служит тот факт, что в кристаллах $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ с содержанием кислорода меньше номинального ($x < 1$) критическая температура падает (рис. 23.3; правая кривая), равно как и концентрация свободных электронов. При $x < 0,4$ мы уже имеем дело с диэлектриком, в котором, однако, при достаточно низких температурах наблюдается магнитное упорядочение атомов меди. Магнитные моменты соседних атомов меди оказываются ориентированными антипараллельно, и результатирующая намагниченность кристалла остается равной нулю. Такого рода

магнитный порядок хорошо известен в физике магнетизма и называется антиферромагнитным (см. левую кривую на рис. 23.3; здесь T_N — так называемая температура Нееля¹, т. е. температура перехода в антиферромагнитное состояние).

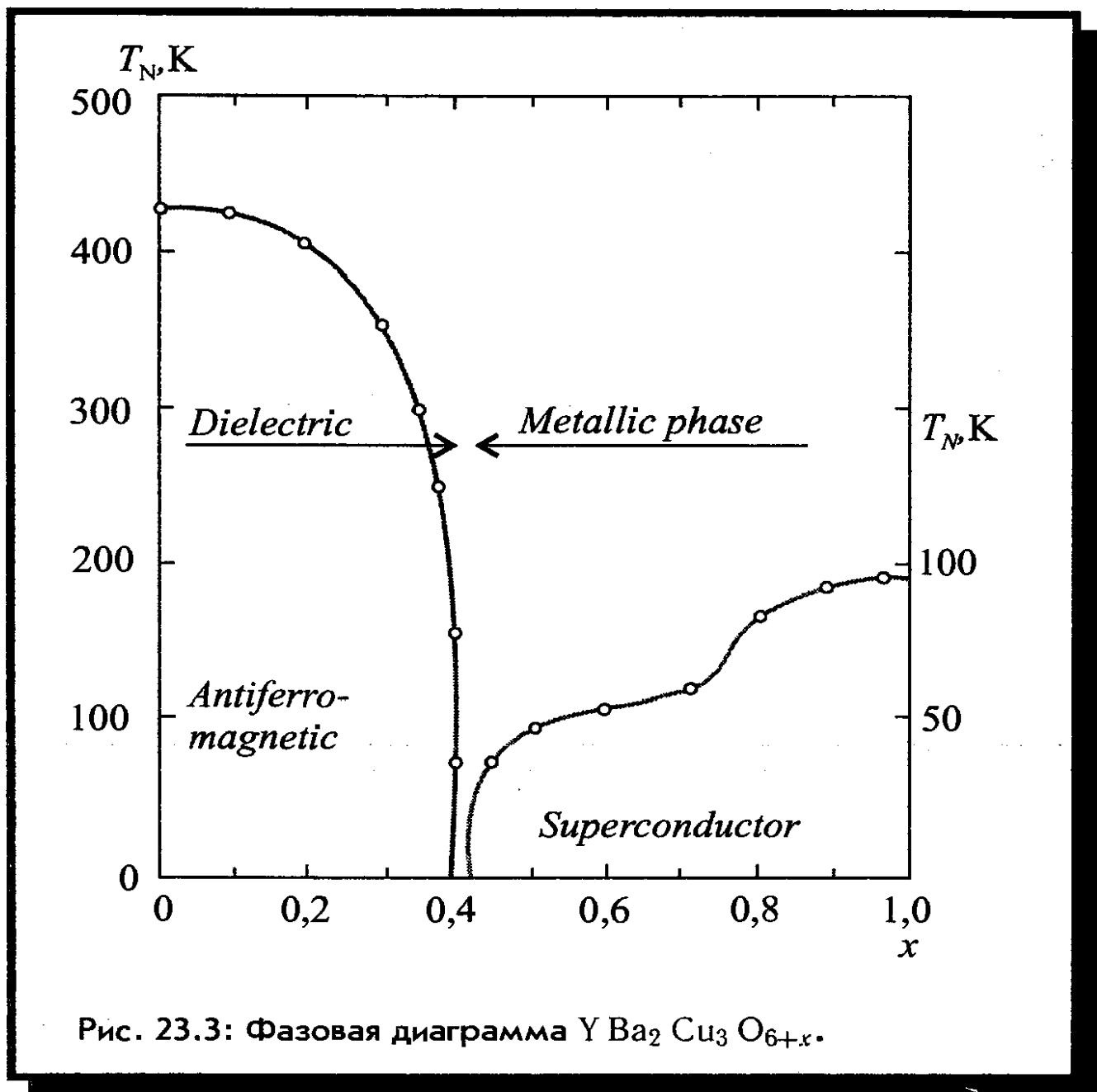


Рис. 23.3: Фазовая диаграмма YBa₂Cu₃O_{6+x}.

Можно было бы думать, что и в сверхпроводящей фазе атомы меди сохраняют флуктуирующий магнитный момент, который и ответствен в конечном счете за возникновение сверхпроводящего притяжения между электронами. Такого рода механизм связан с особыми свойствами атомов

¹Л. Неель (родился в 1904 г.) — французский физик, специалист по магнетизму. Лауреат Нобелевской премии 1970 г.

меди, которые могут пребывать в магнитном или немагнитном состояниях в зависимости от их валентности.

Тот факт, что во всех высокотемпературных сверхпроводниках присутствуют слои Cu—O, казалось бы, является аргументом в пользу данной теории. Однако совсем недавно появилось сообщение о наблюдении признаков сверхпроводимости при температуре 90 К в соединении $W_3 O Na_{0,05}$. Точный состав сверхпроводящей фазы пока не известен, но по крайней мере ясно, что «магических» атомов меди там нет, и вообще ни один из элементов нового высокотемпературного сверхпроводника не обладает магнитными свойствами.

В других теориях физики пытаются обобщить тем или иным образом классическую теорию сверхпроводимости, пересматривают сами основы теории металлического состояния, «скрещивают» сверхпроводимость с антиферромагнетизмом в пространстве высшего числа измерений, разделяют спин и заряд носителей, заготавливают куперовские пары загодя, еще выше критической температуры, а также предпринимают иные попытки объяснить необычные свойства высокотемпературных сверхпроводников единым образом.

Вызов, брошенный природой, остается без ответа, теоретики по-прежнему не могут прийти к согласию. В поисках истины они создают прекрасные «игрушечные модели», примеряют их к получаемым экспериментаторами данным и, не находя полного согласия, бросают, чтобы идти дальше.

Часто покинутые игрушки оживают и превращаются в полноправные теории в совершенно неожиданных областях физики.

Глава 24

Что такое сквид?

Навстречу мне с задумчивым лицом быстро шел изящно согнутый Жиан Жиакомо, за ним с его огромным портфелем подмышкой и с его тростью в зубах семенил гном. Мы раскланялись. Остановить его я не посмел, и он прошел сквозь запертую дверь в свой кабинет. Гном просунул ему вслед портфель и трость...

А. и Б. Стругацкие.
Понедельник начинается в субботу

Квантование магнитного потока

В микромире — мире молекул, атомов, элементарных частиц — многие физические величины могут принимать только определенные дискретные значения; как говорят физики, величины квантуются (например, как уже упоминалось, согласно правилу Бора¹, дискретна энергия электрона в атоме). В больших коллективах частиц — макроскопических телах — квантовые эффекты обычно перестают быть заметными, поскольку из-за хаотического теплового движения происходит усреднение величины по большому числу ее различных значений и квантовые скачки «замазываются».

А что будет, если тело охладить до очень низких температур? Тогда мириады микрочастиц могут двигаться согласованно и в таком случае квантование проявляется в макроскопических масштабах. Пример тому дает замечательное явление — квантование магнитного потока в сверхпроводнике.

¹См. стр. 178.

Что такое магнитный поток Φ , знают все, кто изучал явление электромагнитной индукции:

$$\Phi = BS,$$

где B — модуль вектора магнитной индукции, а S — площадь поверхности, охватываемой контуром (для простоты будем считать, что индукция направлена по нормали к поверхности). Однако для многих будет открытым, что магнитный поток, создаваемый сверхпроводящим током, текущим, например, по кольцу, может принимать только определенные дискретные значения. Попробуем хотя бы упрощенно понять это явление. Для этого здесь нам будет достаточно воспользоваться представлением о движении микрочастиц по квантовым орбитам, заменяющим при упрощенном рассмотрении облака вероятности.

Движение сверхпроводящих электронов в кольце (рис. 24.1) похоже на движение электронов в атоме: электроны в кольце как бы движутся по гигантским орбитам радиуса R без всяких столкновений. Поэтому естественно предположить, что их движение подчиняется тем же правилам квантования, что и движение электронов в атоме. Согласно постулату Бора в атоме только определенные орбиты электронов являются стационарными, устойчивыми. Они отбираются с помощью следующего правила квантования: произведение модуля импульса электрона mv на радиус орбиты R (величина mvR называется моментом импульса электрона) может принимать только дискретные значения, то есть

$$mvR = n\hbar.$$

Здесь n — целое положительное число, а величина \hbar , определяющая наименьшее возможное изменение (квант) момента импульса, — постоянная Планка, с которой мы уже познакомились в разделе «Соотношение неопределенностей». Оказывается, квантование всех физических величин определяется именно этой универсальной постоянной.

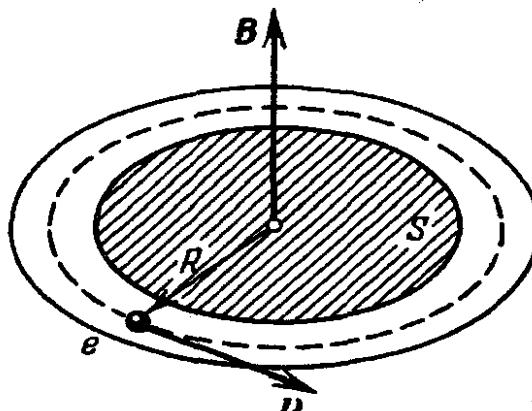
Найдем величину кванта магнитного потока. Предположим, что магнитный поток через кольцо постепенно возрастает. Рассмотрим, как будет двигаться в этом случае один электрон. Как вы знаете, при изменении потока в кольце возникает электродвижущая сила магнитной индукции:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

причем напряженность соответствующего электрического поля равна

$$E = \frac{\mathcal{E}_i}{2\pi R} = -\frac{\Delta\Phi}{2\pi R \Delta t}.$$

Рис. 24.1: Электрон в сверхпроводящем кольце.



Согласно второму закону Ньютона электрон получит ускорение a , такое что

$$m a = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{e \Delta \Phi}{2\pi R \Delta t},$$

где e — его заряд. Сократив обе части уравнения на Δt мы получим:

$$\Delta \Phi = -\frac{2\pi m \Delta v R}{e} = -\frac{2\pi}{e} \Delta (mvR).$$

Вы видите, что магнитный поток через кольцо пропорционален моменту импульса электронов. Но, согласно правилу квантования Бора, момент импульса может принимать только дискретные значения, поэтому и магнитный поток через кольцо, по которому течет сверхпроводящий ток, тоже квантуется¹:

$$mvR = n\hbar \quad \text{и} \quad \Phi = \frac{2\pi}{e} n\hbar.$$

Квант магнитного потока, который можно найти из предыдущей формулы, конечно, очень малая величина ($\sim 10^{-15}$ Вб), но тем не менее современные приборы позволяют наблюдать квантование магнитного потока. Такой опыт был проделан американскими учеными Дивером и Фейрбенком в 1961 г., только вместо кольца они использовали полую сверхпроводящую трубку, по которой циркулировали круговые сверхпроводящие токи. В опыте было обнаружено, что магнитный поток через площадь поперечного сечения трубы менялся действительно скачкообразно, однако величина кванта потока оказалась вдвое меньше приведенной выше. Объяснение этому дает современная теория сверхпроводимости. Дело в том, что в сверхпроводящем состоянии электроны объединяются в пары, и именно

¹ Соотношение между моментом импульса электронов и магнитным потоком через контур справедливо как в классическом, так и в квантовом случаях. (Прим. ред.)

движением пар, имеющих заряд $2e$, создается сверхпроводящий ток. Поэтому правильное значение Φ_0 кванта магнитного потока получается, если в формулу квантования потока подставить удвоенный заряд электрона¹:

$$\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar}{2e} = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Вб.}$$

Вот так нашлась двойка, потеряянная не только нами, но и английским ученым Ф. Лондоном², который теоретически предсказал квантование магнитного потока еще в 1950 г. — задолго до того, как была понята природа сверхпроводящего состояния.

Хочется подчеркнуть, что приведенный здесь вывод квантования магнитного потока хотя и отражает правильно физическую сущность этого явления, но слишком упрощен. Даже удивительно, что таким образом можно получить правильное значение кванта магнитного потока. В действительности сверхпроводимость — сложное квантовое явление. Тем, кто хочет в нем разобраться по-настоящему, предстоит долгий путь, на который потребуется много лет упорного, но увлекательного труда.

Эффект Джозефсона

Разберем еще одно сверхпроводящее квантовое явление, которое послужило основой для создания целого ряда уникальных измерительных приборов. Речь пойдет об эффекте, который был открыт в 1962 г. 22-летним английским студентом-теоретиком Б. Д. Джозефсоном³ и, спустя одиннадцать лет, принес ему Нобелевскую премию.

Представьте себе, что на стеклянную пластинку (как говорят, на подложку) нанесли пленку сверхпроводника (обычно ее получают, напыляя металл в вакууме). Затем ее окислили, создав на поверхности слой диэлектрика (окисла) толщиной всего в несколько ангстремов, и снова покрыли пленкой сверхпроводника. В результате получился так называемый сэндвич (в буквальном смысле этим английским словом называют два куска хлеба с сыром или другим чем-нибудь вкусным между ними). В сэндвичах и наблюдается эффект Джозефсона (для удобства измерений обычно сэндвич делают в виде креста, как показано на рис. 24.2).

¹ Укажем на слабые места нашего рассуждения: во-первых, из-за “вмораживания” (см. далее) нельзя изменять магнитный поток сквозь сверхпроводящее кольцо; во-вторых, сверхпроводящие пары образуют коллективное состояние, и выделить какую-нибудь одну пару невозможно. (Прим. ред.)

² Смотри сноску на стр. 200

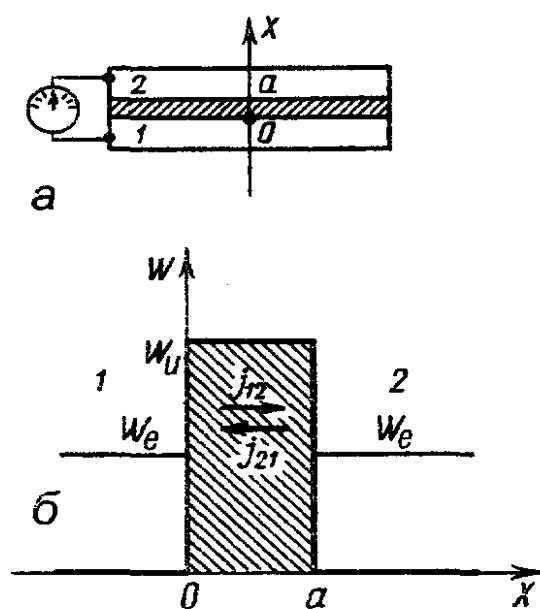
³ Б. Д. Джозефсон (родился в 1940 г.) — английский физик, лауреат Нобелевской премии 1973 г.

Рис. 24.2:
Джозефсоновский контакт: 1 –
металлические пленки; 2 –
слой диэлектрика; 3 –
подложка.



Давайте вначале обсудим случай, когда металлические пленки находятся в нормальном (не сверхпроводящем) состоянии. Могут ли электроны из одной металлической пленки (рис. 24.3, а) переходить в другую? Казалось бы, нет — им мешает слой диэлектрика. Для того чтобы выйти из металла, электрон должен обладать энергией большей, чем работа выхода, а при низких температурах электронов с такой энергией практически нет. На рис. 24.3, б приведен график зависимости потенциальной энергии электрона от координаты x (ось x перпендикулярна к плоскости сэндвича). Потенциальная энергия электронов в диэлектрике W_B больше, чем кинетическая, а значит, и полная их энергия в металле W_ϑ . Для выхода в диэлектрик электрону надо совершить работу выхода¹ $W_B - W_\vartheta > 0$. Поэтому говорят, что электроны в металлических пленках разделяет потенциальный барьер, высота которого равна $W_B - W_\vartheta$.

Рис. 24.3: Потенциальная энергия электронов в туннельном контакте без напряжения.



¹Аналогично, для того чтобы вырвать молекулу из жидкости, надо, как известно, совершить работу испарения.

Если бы электроны подчинялись законам классической механики, то такой барьер для них был бы непреодолим. Но электроны — микрочастицы, а в микромире действуют особые законы, которые позволяют многое, недоступное большим телам. Человеку, например, с такой энергией на горку не взобраться, а вот электрон может пройти сквозь нее! Он как бы роет под горкой туннель и проникает в нее, даже если его энергии не хватает, чтобы взобраться на горку. Конечно, не следует все это понимать буквально. Туннельный эффект (так называют это явление) объясняется волновыми свойствами микрочастиц (их «размазыванием» в пространстве), и по-настоящему в нем можно разобраться, только серьезно изучив квантовую механику. Но факт остается фактом: с некоторой вероятностью электроны могут проникать через диэлектрик из одной металлической пленки в другую. Эта вероятность тем больше, чем меньше высота $W_B - W_\Theta$ барьера и чем меньше его ширина a .

Итак, тонкая пленка диэлектрика оказывается проницаемой для электронов — через нее может течь так называемый туннельный ток. Однако суммарный туннельный ток равен нулю: сколько электронов переходит из нижней металлической пленки в верхнюю, столько же в среднем переходит, наоборот, из верхней пленки в нижнюю.

Как же сделать туннельный ток отличным от нуля? Для этого надо нарушить симметрию, например присоединить металлические пленки к источнику тока с напряжением U (рис. 24.4, а). Тогда пленки будут играть роль обкладок конденсатора, а в слое диэлектрика возникнет электрическое поле с напряженностью $E = U/a$. Работа по перемещению заряда e на расстояние x вдоль направления поля равна $A = Fx = eEx = eUx/a$, и поэтому график потенциальной энергии электрона приобретает вид, показанный на рис. 24.4, б. Как видно, электронам из верхней пленки ($x > a$) преодолеть барьер легче, чем электронам из нижней пленки ($x < 0$), которым надо подскочить на более высокий уровень. В результате даже при малых напряжениях источника возникает туннельный ток.

Туннельные контакты из нормальных металлов используются в некоторых приборах, но сейчас речь идет о практическом применении сверхпроводимости. Поэтому сделаем следующий шаг и представим себе, что металлические пленки, разделенные тонким слоем диэлектрика, находятся в сверхпроводящем состоянии. Как будет вести себя туннельный сверхпроводящий контакт? Оказывается, сверхпроводимость приводит к совсем неожиданным результатам.

Как уже говорилось, электроны из верхней пленки имеют избыточную энергию eU по сравнению с электронами нижней пленки. Оказавшись в нижней пленке, они должны сбросить лишнюю энергию и перейти в равновесное состояние. Если бы пленка находилась в нормальном состоянии,

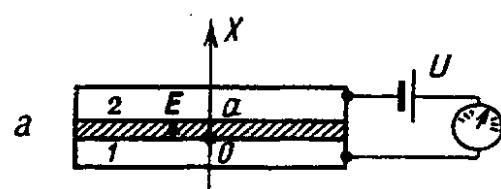
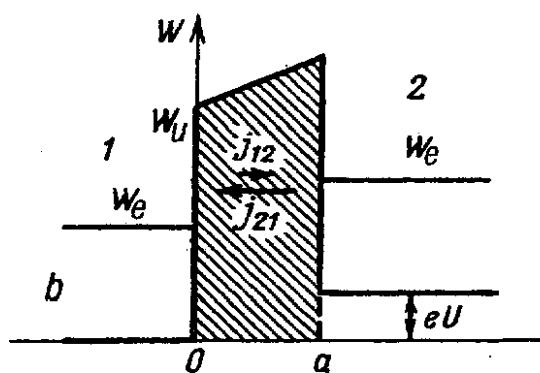


Рис. 24.4: Потенциальная энергия электронов в туннельном контакте под напряжением.



то осуществить это было бы легко: достаточно нескольких столкновений с кристаллической решеткой металла — и лишняя энергия электронов в конечном счете переходит в тепло. Но пленка находится в сверхпроводящем состоянии, и передать энергию решетке электроны не в состоянии. Вот и остается только электронам излучить эту энергию в виде кванта электромагнитного излучения с энергией $\hbar\omega$. Поэтому частота излучения ω связана с приложенным напряжением U простым соотношением

$$\hbar\omega = 2eU.$$

Вы заметили, что справа написан удвоенный заряд электрона — надо помнить, что тунNELируют не отдельные электроны, а сверхпроводящие пары.

Вот какой удивительный эффект был предсказан Джозефсоном: постоянное напряжение, приложенное к сверхпроводящему туннельному контакту (его называют также джозефсоновским элементом), приводит к генерации электромагнитного излучения. Экспериментально этот эффект впервые был обнаружен в Харьковском физико-техническом институте низких температур учеными И. М. Дмитриенко, В. М. Свистуновым и И. К. Янсоном в 1965 г.

Первое, что приходит в голову, если говорить о практическом использовании эффектов Джозефсона, — это создание генератора электромагнитного излучения. Но в действительности все не так просто: излучение довольно трудно вывести из узкой щели между сверхпроводящими пленками, где оно генерируется (именно поэтому экспериментальное обнаружение эффекта Джозефсона было непростой задачей), да и мощность излучения

очень мала. Поэтому сейчас джозефсоновские элементы используются в основном в качестве детекторов электромагнитного излучения, но зато самых чувствительных в некоторых диапазонах частот.

Такое применение основано на явлении резонанса между внешними электромагнитными колебаниями (в регистрируемой волне) и собственными колебаниями, возникающими в джозефсоновском элементе приложении к нему постоянного напряжения. Собственно говоря, резонанс лежит в основе работы многих приемников: волну удается «поймать», когда ее частота совпадает с частотой приемного колебательного контура. В качестве приемного контура удобно использовать джозефсоновский элемент: частоту его собственных колебаний легко подстраивать (изменяя напряжение), а острота резонанса, определяющая чувствительность приемника, оказывается очень высокой. По такому принципу уже созданы самые чувствительные приемники электромагнитного излучения, которые используются для исследования излучения Вселенной.

Квантовый магнитометр

Эффект Джозефсона в сочетании с явлением квантования магнитного потока послужили основой для создания целого семейства сверхчувствительных измерительных приборов. Они называются «сверхпроводящие квантовые интерференционные приборы» или «СКВИДы» (по сочетанию первых букв соответствующих английских слов Superconducting Quantum Interference Devices¹).

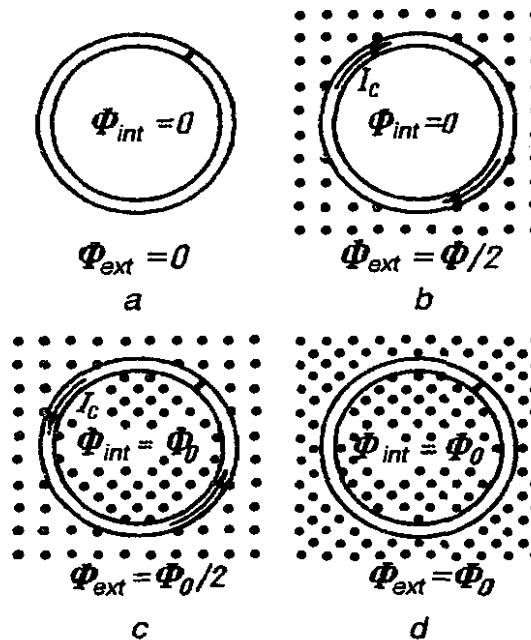
Об одном из них — квантовом магнитометре (приборе для измерения слабых магнитных полей) — мы и хотим рассказать.

Простейший квантовый магнитометр состоит из сверхпроводящего кольца, в цепь которого включен джозефсоновский элемент (рис. 24.5). Как вы уже знаете, для того чтобы возник ток в нормальном тунNELЬНОМ контакте, к нему надо приложить хотя бы небольшое напряжение. А вот в сверхпроводящем контакте это не обязательно. Если в кольце создать сверхпроводящий ток, то он сможет течь и через джозефсоновский элемент: сверхпроводящие пары будут туннелировать через тонкий слой диэлектрика. Такое явление называют стационарным (постоянным во времени) эффектом Джозефсона, в отличие от нестационарного эффекта, сопровождаемого излучением (о нем было рассказано в предыдущем раз-

¹Любопытно, что если в полном русском названии заменить слово «приборы» на слово «детекторы» (а это только уточнит название, укажет на использование этих приборов как регистраторов), то сокращенное название будет звучать и по-русски, и по-английски одинаково.

деле). Существует, однако, максимально допустимое для контакта значение сверхпроводящего тока (его называют критическим током контакта I_K). При токе, большем критического, сверхпроводимость в контакте разрушается и на нем обязательно появляется напряжение (эффект Джозефсона становится нестационарным).

Рис. 24.5: Электрический ток и магнитный поток через сверхпроводящее кольцо со слабой связью.



Итак, при включении в сверхпроводящий контур джозефсоновского элемента не происходит полного разрушения сверхпроводимости, но в контуре появляется место, в котором сверхпроводимость ослаблена (как говорят, возникает слабая связь). Именно на этом основано использование такого контура для точного измерения магнитных полей. Постараемся понять, как это делается.

Если бы контур был полностью сверхпроводящим (не содержал слабой связи), то магнитный поток через его площадь был бы строго постоянным. Действительно, согласно закону электромагнитной индукции всякое изменение внешнего магнитного поля приводит к возникновению э.д.с. индукции $\mathcal{E}_i = -\Delta\Phi_{\text{внеш}}/\Delta t$, а значит, к изменению тока в контуре. Но изменяющийся ток в свою очередь порождает э.д.с. самоиндукции $\mathcal{E}_{is} = -L\Delta I/\Delta t$. Поскольку падение напряжения в сверхпроводящем контуре равно нулю (сопротивление равно нулю), алгебраическая сумма этих э.д.с. тоже равна нулю:

$$\mathcal{E}_i + \mathcal{E}_{is} = 0,$$

или

$$\frac{\Delta\Phi_{\text{внеш}}}{\Delta t} + L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 0.$$

Отсюда следует, что при изменении внешнего магнитного потока сверхпроводящий ток в контуре меняется так, чтобы изменение магнитного потока, создаваемого током, компенсировало изменение внешнего потока (правило Ленца). При этом полный магнитный поток через контур остается постоянным: $\Phi = \text{const}$. Изменить его, не переводя контур в нормальное состояние, нельзя (говорят, что в сверхпроводящем контуре магнитный поток «заморожен»).

А что произойдет, если сверхпроводящий контур содержит слабую связь? Оказывается, что магнитный поток через такой контур может меняться — через слабую связь в контур проникают кванты потока (как вы уже знаете, магнитный поток сверхпроводящего тока квантуется — он равен целому числу квантов потока Φ_0).

Давайте проследим, как меняются магнитный поток внутри сверхпроводящего кольца со слабой связью и величина тока в кольце при изменении внешнего магнитного поля. Пусть вначале внешнее поле и ток в контуре равны нулю (рис. 24.5, а). Тогда поток внутри контура тоже равен нулю. Будем увеличивать внешнее поле — в контуре появится сверхпроводящий ток, магнитный поток которого в точности компенсирует внешний поток. Так будет продолжаться до тех пор, пока ток в контуре не достигнет критического значения I_K (рис. 24.5, б). Предположим для определенности, что в этот момент внешнее поле создаст поток, равный половине кванта:¹ $\Phi_0/2$.

Как только ток станет равным I_K , сверхпроводимость в месте слабой связи разрушится, и в контур войдет квант потока Φ_0 (рис. 24.5, б). При этом отношении $\Phi_{\text{внутр}}/\Phi_0$ скачком увеличится на единицу (как говорят, сверхпроводящий контур перейдет в новое квантовое состояние). А что произойдет с током? Его величина останется прежней, но направление изменится на противоположное. Действительно, если до вхождения кванта потока Φ_0 ток I_K полностью экранировал внешний поток $\Phi_0/2$, то после вхождения он должен усиливать внешний поток $\Phi_0/2$ до значения Φ_0 . Поэтому в момент вхождения кванта потока направление тока скачком меняется на противоположное.

При дальнейшем увеличении внешнего поля ток в кольце начнет уменьшаться, сверхпроводимость в кольце восстановится и поток внутри кольца будет оставаться равным Φ_0 . Ток в контуре обратится в нуль, когда внешний поток также станет равным Φ_0 (рис. 24.5, г), а затем он начнет течь в обратном направлении (опять экранировка!). Наконец, при значении

¹ Критический ток зависит от многих причин, в частности — от толщины слоя диэлектрика. Меняя ее, всегда можно добиться того, чтобы создаваемый этим током магнитный поток, а значит и внешний магнитный поток, был равен $\Phi_0/2$. Это упрощает рассмотрение, но не меняет существа дела.

внешнего потока $3\Phi_0/2$ ток опять станет равным I_K , сверхпроводимость разрушится, войдет следующий квант потока и т. д.

Графики зависимости магнитного потока $\Phi_{\text{внут}}$ внутри кольца и тока I в нем от величин внешнего потока $\Phi_{\text{внеш}}$ показаны на рис. 24.6 (оба потока измеряются в естественных единицах — квантах потока Φ_0). Ступенчатый характер зависимости позволяет «чувствовать» отдельные кванты потока, хотя величина их очень мала (порядка 10^{-15} Вб). Нетрудно понять почему. Магнитный поток внутри сверхпроводящего контура изменяется хотя и на малую величину $\Delta\Phi = \Phi_0$, но скачком, то есть за очень короткий промежуток времени Δt . Так что скорость изменения магнитного потока $\Delta\Phi/\Delta t$ при этом скачкообразном характере изменения потока оказывается очень большой. Ее можно измерить, например, по величине э.д.с. индукции, наводимой в специальной измерительной катушке прибора. В этом и состоит принцип работы квантового магнитометра.

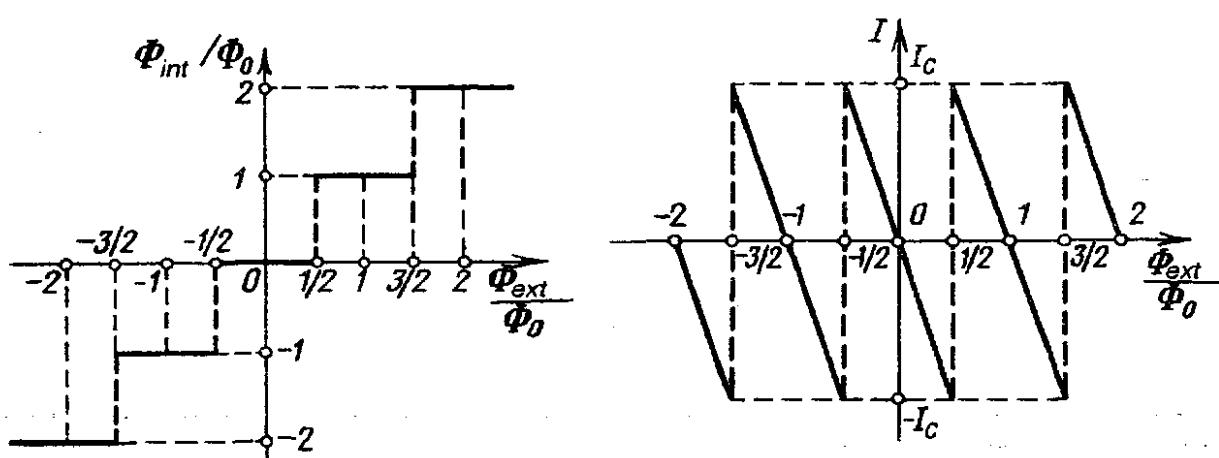


Рис. 24.6: Магнитный поток (а) через сверхпроводящее кольцо со слабой связью и протекающий в нем электрический ток (б) как функция внешнего магнитного потока.

Устройство реального квантового магнитометра в действительности много сложнее. Так, обычно используют не одну, а несколько слабых связей, включенных параллельно, — своеобразная интерференция сверхпроводящих токов (а точнее, соответствующих им волн, определяющих «размазывание» сверхпроводящих электронов в пространстве) приводит к повышению точности измерений (поэтому такие приборы и называются интерференционными). Чувствительный элемент прибора индуктивно свя-

зывают с катушкой колебательного контура, где скачки потока преобразуются в импульсы напряжения, которые затем усиливаются. Но рассказ обо всех этих тонкостях выходит за рамки нашей книги.

Заметим, что в наши дни сверхчувствительные магнитометры, измеряющие магнитные поля с точностью до 10^{-15} Тл, — это уже промышленная продукция, находящая применение в измерительной технике. Они используются и в медицине. Оказывается, что при работе сердца, мозга, мышц в окружающем пространстве возникают чрезвычайно слабые, но уже измеримые с помощью СКВИДов магнитные поля (так, индукция магнитного поля, обусловленного сердечной деятельностью, $B \approx 3 \cdot 10^{-11}$ Тл, что примерно в сто тысяч раз меньше магнитного поля Земли). Регистрацию таких полей называют снятием магнитокардиограммы, магнитоэнцефалограммы и т.д. Снятие и изучение таких характеристик человеческого организма, ставшие возможными в последние годы благодаря развитию практической сверхпроводимости, принципиально изменили возможности диагностики различного рода заболеваний.

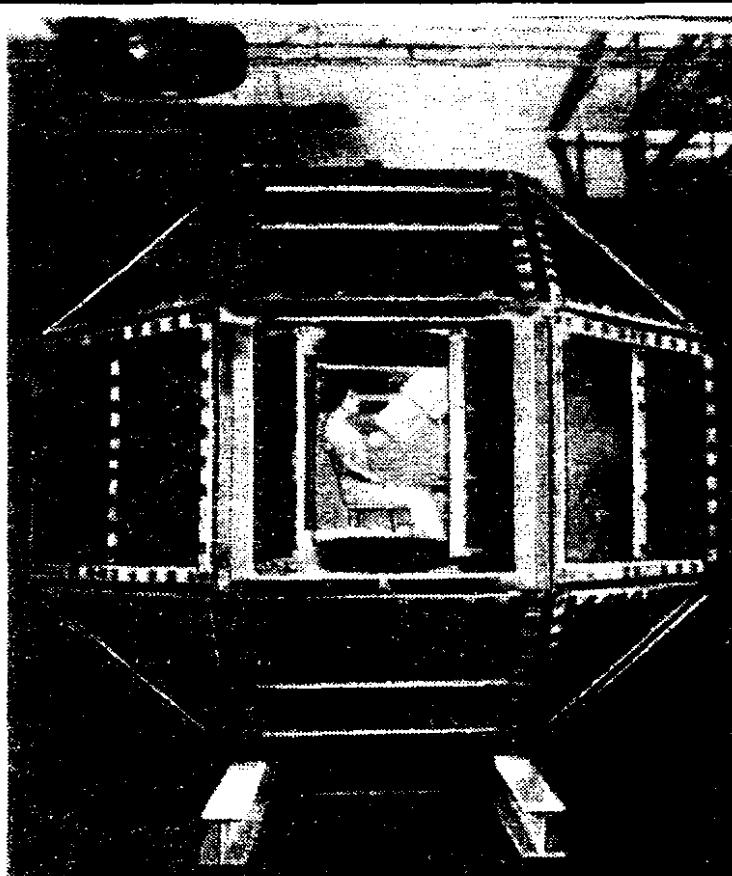


Рис. 24.7: Первые магнитокардиограммы снимали в специальных камерах.

Эксперименты в этой области начались в 70-х годах. При этом, для сведения к минимуму влияния магнитного поля Земли, такие измерения проводились в специально сконструированных экранированных комнатах. Такая комната изготавливается из трех слоев металла с высокой магнитной проницаемостью, которые обеспечивают высокое магнитное экранирование, и двух слоев алюминия, образующих электрический экран, рис. 24.7. Эти предосторожности позволили понизить магнитное поле внутри комнаты всего до нескольких наноТесла (т. е. в десятки тысяч раз по сравнению с магнитным полем Земли).

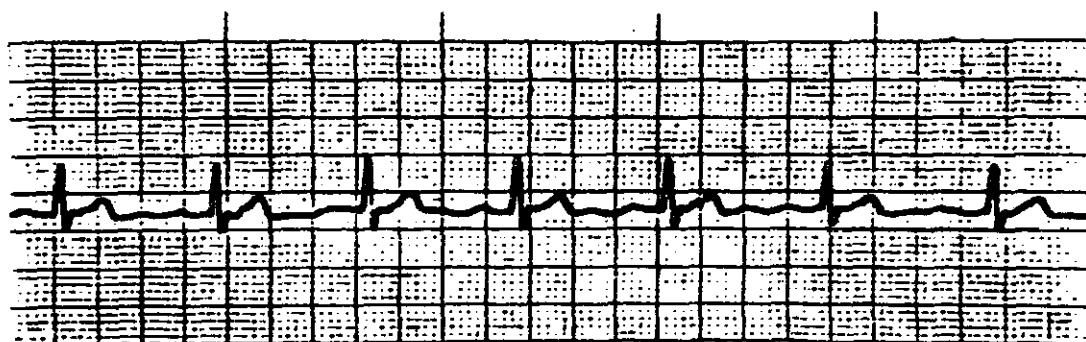
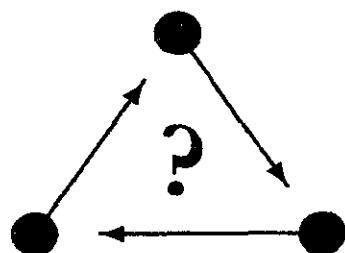


Рис. 24.8: Современная магнитокардиограмма.

Однако иметь такую комнату — удовольствие не из дешевых. Дальнейшее развитие этой перспективной области применения СКВИДов привело к существенному прогрессу и упрощению процедуры снятия магнитокардиограммы. Так, сегодня с помощью современной сверхпроводящей техники четкую магнитокардиограмму можно снять и в отсутствие всяких экранов (рис. 24.8). Единственное, что необходимо — устраниТЬ металлические застежки и содержимое левого кармана рубашки.



Легко видеть, что на самом деле даже «тройная защита» не позволяла полностью устранить остатки магнитного поля Земли в камерах для магнитной кардиографии. Какие еще причины для их строительства вы могли бы назвать?

Глава 25

Сверхпроводящие магниты

Но главной достопримечательностью, от которой зависят судьба Лапуты, является огромный магнит, по форме напоминающий ткацкий станок... При помощи этого магнита остров может подниматься, опускаться и передвигаться с одного места на другое, ибо по отношению к подвластной монарху части земной поверхности магнит обладает с одного конца притягательной силой, а с другого — отталкивающей...

Дж. Свифт
Путешествия Лемюэля Гулливера

Сильные магнитные поля можно получать, пропуская через катушку сильный ток. Чем больший ток течет через катушку, тем большее магнитное поле он создает. Но если катушка обладает электрическим сопротивлением, то в ней выделяется тепло. Приходится тратить огромную энергию на поддержание тока, возникают серьезные проблемы, связанные с отводом тепла (иначе катушка может расплавиться). Так, в 1937 г., впервые было получено магнитное поле с индукцией 10 Тл. Но поддерживать это поле удавалось только ночью, когда другие потребители электростанции, подающей ток в обмотку, были отключены. Выделившееся тепло отводилось проточной водой, и при этом каждую секунду 5 литров воды доводились до кипения. Именно это и ограничивает возможности получения сильных магнитных полей в обычных соленоидах.

Идея использования сверхпроводимости для создания сильных магнитных полей возникла сразу после ее открытия. Казалось бы, все, что требуется, — это намотать из сверхпроводящей проволоки катушку, за-

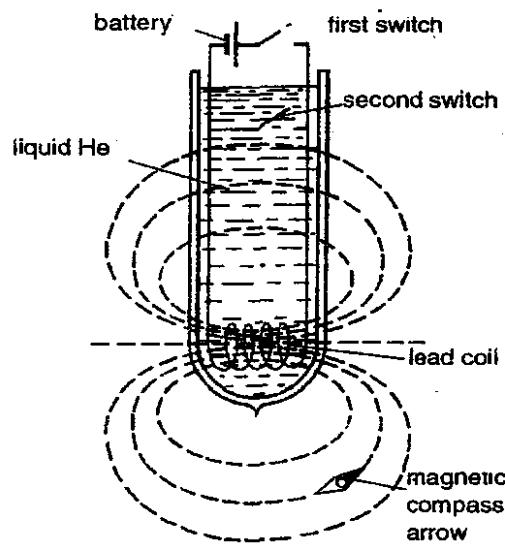
мкнуть ее концы и пустить по такому контуру достаточно сильный ток. Так как электрическое сопротивление катушки равно нулю, то выделения тепла не происходит. И хотя охлаждение соленоида до температур жидкого гелия, при которых наступает сверхпроводимость, создает определенные трудности, преимущества окупили бы недостатки, если бы... магнитное поле само не разрушало сверхпроводимость.

Оказалось, однако, что выход все-таки есть. Найти его позволили законы квантовой механики, которые в сверхпроводниках, как вы уже знаете, могут работать в макроскопических масштабах.

Эффект Мейснера

На рис. 25.1 показана схема опыта Камерлинга-Оннеса¹, который был сделан в 1911 г. в Лейдене. Голландский ученый изготовил катушку из свинца, подсоединил ее к источнику э.д.с. и, поместив катушку в жидкий гелий, охладил ее до температуры кипения гелия (4,2 К). При этом электрическое сопротивление свинца исчезло — он перешел в сверхпроводящее состояние. Затем он изменил положение ключей и замкнул катушку накоротко — по ней начал циркулировать незатухающий сверхпроводящий ток.

Рис. 25.1: Электрический ток может годами, не затухая, течь по сверхпроводящей цепи.



Этот ток создает магнитное поле, индукция которого пропорциональна силе тока. Казалось бы, чем сильнее ток в катушке, тем большее магнитное поле можно получить таким образом. Результат, однако, оказался разочаровывающим: при индукции поля в несколько сотых долей Тесла

¹ См. стр. 198

соленоид переходил в нормальное состояние (у него появлялось сопротивление). Пытались делать катушки из других сверхпроводников, но и в них разрушение сверхпроводимости происходило при сравнительно малых магнитных полях. В чем же дело?

Разгадку такого «неудобного» поведения сверхпроводников нашли в 1933 г. в Берлине в лаборатории В. Мейснера¹. Оказалось, что сверхпроводник обладает свойством полностью вытеснять из себя магнитное поле; в его толще индукция магнитного поля равна нулю. Представим себе, что металлический цилиндр (кусок проволоки) охладили до низкой температуры и перевели в сверхпроводящее состояние. Затем включили магнитное поле с индукцией $B_{\text{внеш}}$. По закону электромагнитной индукции на поверхности цилиндра появятся круговые токи (рис. 25.2), которые создадут в цилиндре магнитное поле с индукцией $B_{\text{ток}}$, равной по величине и противоположной по направлению индукции внешнего поля. Эти токи — сверхпроводящие и затухать не будут. Поэтому в толще сверхпроводника суммарная индукция равна нулю: $B = B_{\text{внеш}} + B_{\text{ток}} = 0$. Линии индукции магнитного поля в сверхпроводник не проникают.

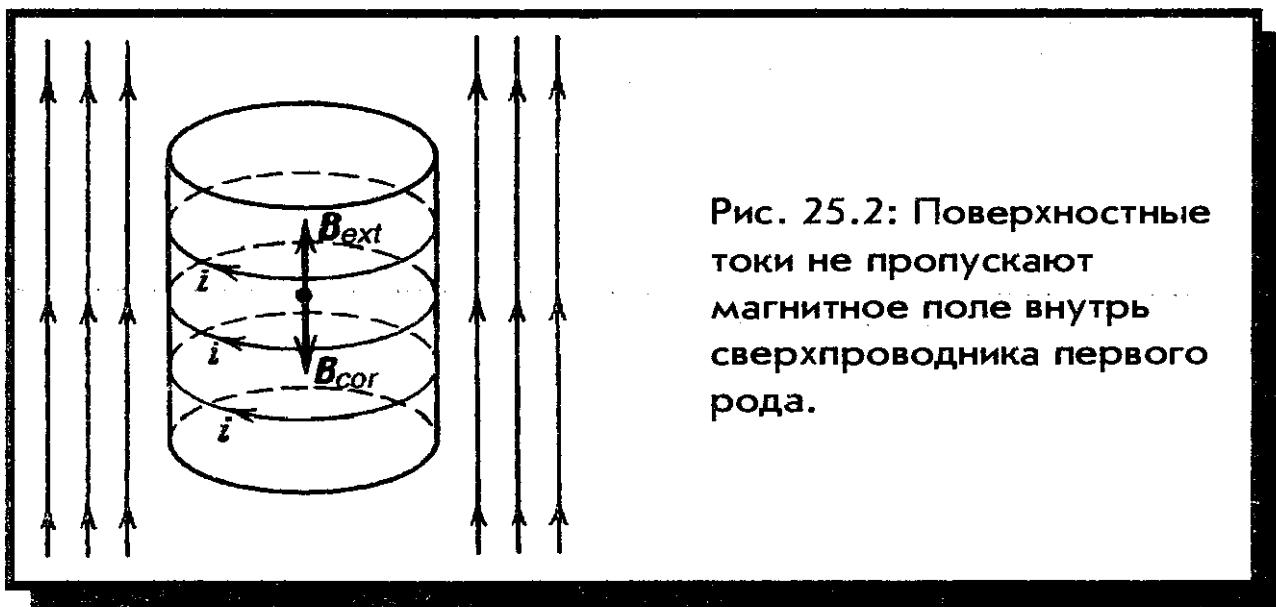


Рис. 25.2: Поверхностные токи не пропускают магнитное поле внутрь сверхпроводника первого рода.

Ну, а что, если изменить последовательность операций — сначала поместить металл во внешнее магнитное поле, а затем охладить его до сверхпроводящего состояния. Казалось бы, индукция магнитного поля при этом не меняется, и нет причин для возникновения экранирующих поверхностных токов. Именно так и думал Мейснер, когда проверял расчеты Лауз²,

¹ В. Ф. Мейснер (1882–1974) — немецкий физик, специалист по физике низких температур.

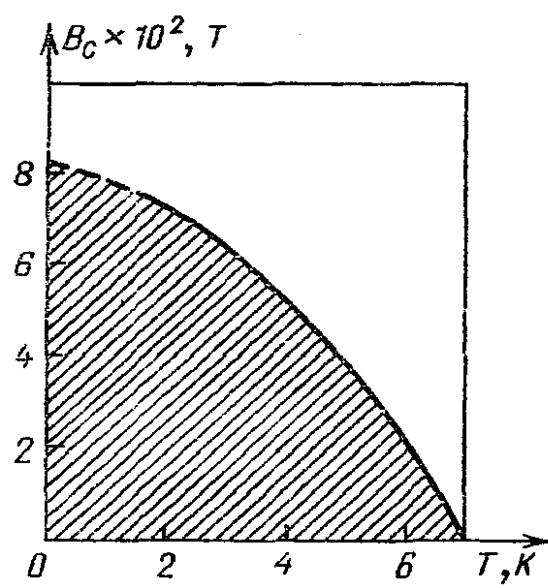
² М. фон Лауз (1879–1960) — немецкий физик, специалист по квантовой физике, физике твердого тела и др. Открыл дифракцию рентгеновских лучей; лауреат Нобелевской премии 1914 г.

относящиеся к первому способу проведения эксперимента. Думать-то думал, но все-таки решил проверить. Результат измененного эксперимента получился удивительный. Оказалось, что и в этом случае магнитное поле полностью вытесняется из сверхпроводника, не проникая в него. Это явление назвали эффектом Мейснера.

Теперь ясно, почему магнитное поле разрушает сверхпроводимость. Ведь на возбуждение поверхностных токов тратится определенная энергия. В этом смысле сверхпроводящее состояние менее выгодное, чем нормальное состояние, когда магнитное поле проникает в металл и экранирующих поверхностных токов нет. Чем больше индукция внешнего поля, тем более сильный ток должен течь по поверхности, чтобы обеспечить экранировку. При некотором значении индукции магнитного поля сверхпроводимость обязательно разрушится, и металл перейдет в нормальное состояние. Поле, при котором происходит разрушение сверхпроводимости, называется критическим полем сверхпроводника. Важно понимать, что для разрушения сверхпроводимости необязательно внешнее магнитное поле. Ток, текущий по сверхпроводнику, сам создает магнитное поле. Когда при определенном значении тока индукция этого поля достигает значения, соответствующего критическому полю, сверхпроводимость разрушается.

Величина критического поля растет с уменьшением температуры, но даже вблизи абсолютного нуля критическое поле у чистых сверхпроводников металлов невелико (см. рис. 25.3). В лучших случаях оно составляет всего десятые доли тесла. Так что, казалось бы, нечего и думать о создании сильных магнитных полей с помощью сверхпроводников.

Рис. 25.3: При низких температурах величина критического магнитного поля возрастает.



Но дальнейшее исследование сверхпроводимости показало, что ситуация не безвыходна. Было обнаружено, что имеется целая группа сверхпроводников, которые и в очень сильных магнитных полях сохраняют сверхпроводимость.

Абрикосовские вихри

Мы уже упомянули, что в 1957 г. известный (а тогда еще совсем молодой) физик-теоретик А. А. Абрикосов¹ теоретически показал, что в сплавах разрушить сверхпроводимость магнитным полем не так-то просто. Так же, как у чистых сверхпроводников, при некотором значении индукции магнитное поле начинает проникать внутрь сверхпроводника. Но в сплавах магнитное поле обычно не сразу заполняет весь объем сверхпроводника. В толще его вначале образуются лишь отдельные сгустки линий индукции магнитного поля (рис. 25.4). В каждом таком сгустке содержится строго определенная порция, равная уже знакомому нам кванту магнитного потока $\Phi_0 = 2 \cdot 10^{-15}$ Вб².

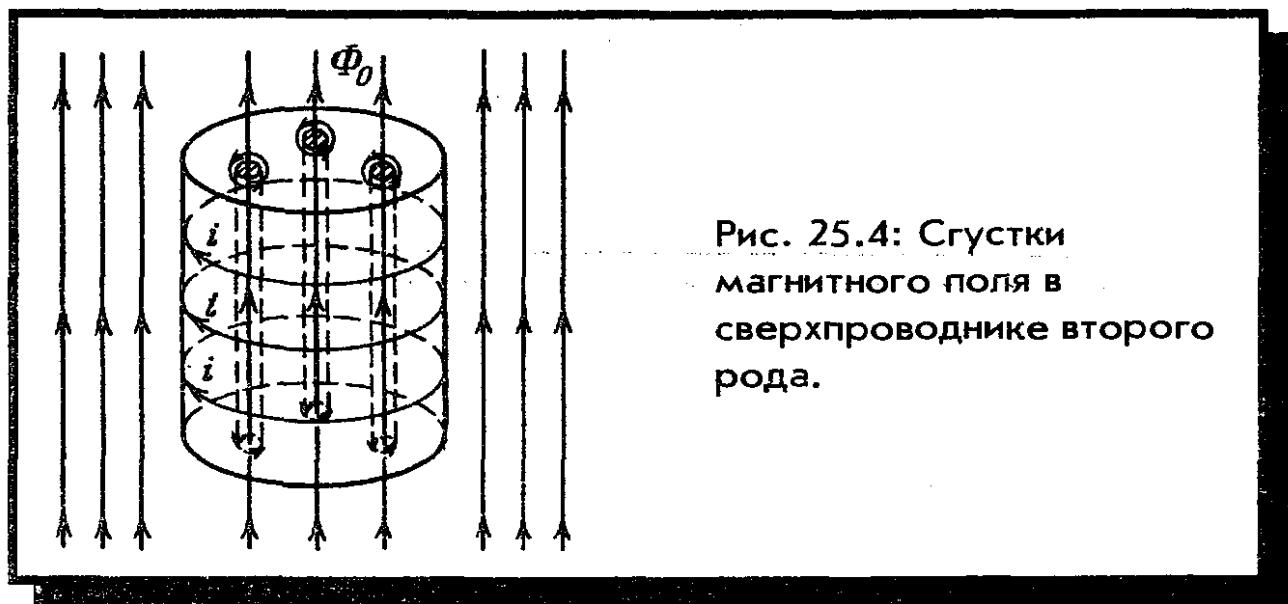


Рис. 25.4: Сгустки магнитного поля в сверхпроводнике второго рода.

Чем больше внешнее магнитное поле, тем больше таких сгустков, а следовательно, и квантов магнитного потока проникает в сверхпроводник. Поэтому, как мы уже убедились в предыдущем разделе, магнитный поток в сверхпроводнике меняется не непрерывно, а скачками, дискретно. Здесь мы сталкиваемся с удивительным явлением — законы квантовой механики «работают» уже в макроскопических масштабах.

¹См. стр. 203

²В большинстве случаев естественно было бы приписать каждой линии магнитной индукции по одному кванту магнитного потока. (Прим. ред.)

Каждый сгусток линий индукции магнитного поля в сверхпроводнике окружен кольцевыми незатухающими токами (см. рис. 25.4), которые напоминают вихри в жидкости или газе. Вот почему такие сгустки линий, окруженные сверхпроводящими токами, называют абрикосовскими вихрями. Внутри каждого вихря сверхпроводимость, разумеется, разрушена. Но в пространстве между вихрями она сохраняется. Только при очень сильных полях, когда вихрей становится так много, что они начинают перекрываться, наступает полное разрушение сверхпроводимости.

Такая необычная картина явления сверхпроводимости в сплавах, помещенных в магнитное поле, впервые была открыта «на кончике пера». Однако современная экспериментальная техника позволяет наблюдать абрикосовские вихри непосредственно. Для этого на поверхность сверхпроводника (например, поперечное сечение цилиндра) наносят тончайший магнитный порошок. Частицы порошка скапливаются в тех областях, куда проникло магнитное поле. Размеры каждой области невелики и обычно составляют доли микрометра. Если посмотреть на поверхность в электронный микроскоп, то видны темные пятна.

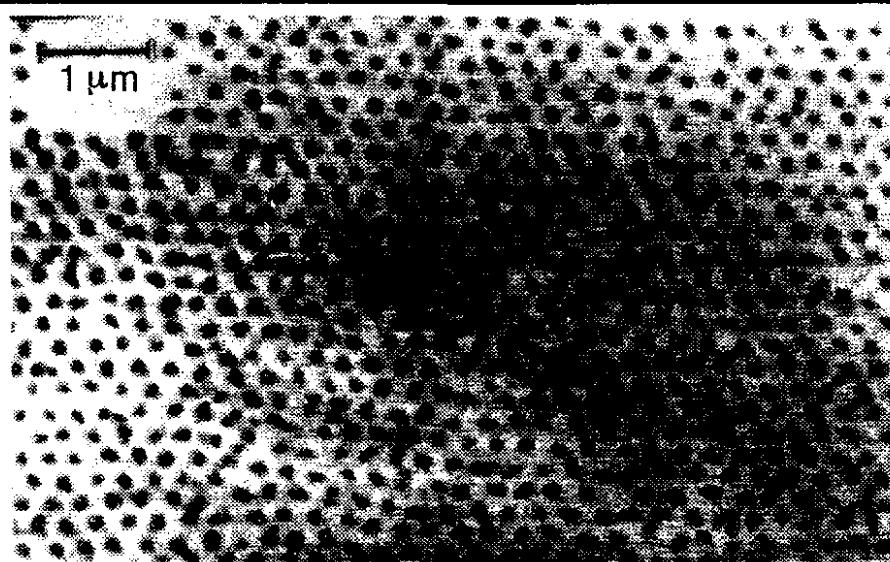


Рис. 25.5: Экспериментальное наблюдение вихревой решетки.

На рис. 25.5 показана фотография структуры абрикосовских вихрей, полученная таким способом. Видно, что вихри расположены периодически и образуют решетку, аналогичную кристаллической решетке. Вихревая решетка треугольная (ее можно составить из повторяющихся правильных треугольников).

Итак, в отличие от чистых металлов, сплавы имеют не одно, а два критических поля: нижнее критическое поле, при котором первый вихрь проникает в сверхпроводник, и верхнее критическое поле, при котором происходит полное разрушение сверхпроводимости. В промежутке между этими значениями полей сверхпроводник пронизан вихревыми линиями и находится в особом смешанном состоянии. Сверхпроводники с такими свойствами теперь называют сверхпроводниками второго рода, в отличие от сверхпроводников первого рода, в которых разрушение сверхпроводимости в магнитном поле происходит сразу, скачком.

Казалось бы, проблема создания сверхпроводящих магнитов тем самым решена. Но тут природа поставила на пути исследователей еще одну преграду. Ведь для сверхпроводящего соленоида необходима проволока, которая выдерживала бы не только сильное магнитное поле, но и сильный ток. А это, оказывается, не одно и то же.

Что такое пиннинг?

Известно, что на проводник с током в магнитном поле действует сила. А куда приложена сила противодействия, возникающая по третьему закону Ньютона? Если, например, магнитное поле создается другим проводником с током, то на него действует равная по величине и противоположная по направлению сила (силы взаимодействия между проводниками с током определяются законом Ампера¹). В нашем случае ситуация более сложная.

Когда сверхпроводник находится в смешанном состоянии и по нему течет ток, то в тех областях, где имеется магнитное поле (сердцевины вихрей), возникают силы взаимодействия между током и полем. В результате распределение тока изменяется, но и области, в которых сосредоточено магнитное поле, не остаются неподвижными, а начинают перемещаться. Абрикосовские вихри под действием тока движутся!

Сила, действующая на ток в магнитном поле, перпендикулярна индукции магнитного поля и направлению проводника. Сила, действующая со стороны тока на абрикосовский вихрь, тоже перпендикулярна индукции магнитного поля и направлению тока. Если, например, в сверхпроводнике в смешанном состоянии, показанном на рис. 25.5, создать ток, протекающий слева направо, то абрикосовские вихри под действием тока начнут двигаться снизу вверх или сверху вниз (в зависимости от направления индукции магнитного поля). Но движение абрикосовского вихря сквозь сверхпроводник — это перемещение нормальной, не сверхпроводящей, сердцевины.

¹А. М. Ампер (1775–1836) — французский физик, один из основателей классической электродинамики.

При таком движении возникает своеобразное трение, которое приводит к выделению тепла. Значит, при протекании тока через сверхпроводник, находящийся в смешанном состоянии, все-таки появляется сопротивление, и использовать такие сверхпроводники для создания соленоидов нельзя.



Рис. 25.6: Микроструктура пленки из нитрида ниобия.

В чем же выход? Надо помешать вихрям двигаться, закрепив их на месте. Сделать это, оказывается, можно. Надо только «испортить» сверхпроводник, создать в нем какие-то дефекты. Дефекты обычно возникают сами по себе в результате механической или термической обработки материала. На рис. 25.6, например, показана электронномикроскопическая фотография пленки нитрида ниобия (критическая температура которой 15 К), полученной напылением металла на стеклянную пластинку. Ясно видна зернистая (столбчатая) структура материала. Перескочить через границу зерна вихрю довольно сложно. Вот почему до определенного значения тока (его называют критическим током) вихри остаются неподвижными. Электрическое сопротивление в таком случае равно нулю.

Это явление называют пиннингом — от английского слова *rippling*, что в переводе на русский язык означает «пришипливание».

Благодаря пиннингу можно получать сверхпроводящие материалы с высоким значением как критического поля, так и критического тока. При этом, если значение критического поля определяется свойствами самого материала, значение критического тока (точнее, его плотности, то есть силы тока, приходящейся на единицу площади сечения) во многом зависит от способа приготовления, методов обработки материала. Сейчас разработана технология, позволяющая получать сверхпроводящие материалы, имеющие высокие значения всех критических параметров. Например, на основе сплава ниобия с оловом можно получить материал с плотностью критического тока в сотни тысяч ампер на квадратный сантиметр, верхним критическим полем 25 Тл и критической температурой 18 К.

Но это еще не все. Ведь важны и механические свойства материала — из него предстоит сделать катушку. Сам по себе сплав ниобия с оловом хрупкий, и такую проволоку изгибать нельзя. Поэтому сверхпроводящие соленоиды изготавливали следующим образом: порошок из ниобия и олова набивали в ниобиевую трубку. Затем трубку вытягивали в проволоку, наматывали катушку и нагревали. В результате получался готовый соленоид из сплава Nb₃ Sn.

В промышленности используются более технологичные материалы, например сплав ниобия с титаном Nb Ti, который обладает достаточной пластичностью. На основе этого сплава создают так называемые композиционные сверхпроводники.

В бруске меди просверливают множество дыр и вводят в них стержни сверхпроводника. Затем брусков вытягивают в длинную проволоку. Проволоку разрезают на куски и снова вводят в медный брусков. Его опять вытягивают, разрезают на куски и т. д. В результате получается кабель, содержащий до миллиона сверхпроводящих жил, из которого и наматывают катушки.

Важное преимущество кабелей состоит в том, что сверхпроводящий ток распределяется в них по всем жилам. Для сверхпроводника даже медь является хорошим изолятором — при параллельном соединении медного и сверхпроводящего проводников весь ток течет по сверхпроводнику, обладающему нулевым сопротивлением. Есть и еще одно преимущество. Представим себе, что в какой-то жиле сверхпроводимость случайно разрушилась. Тогда выделяется тепло, и важно отвести его, для того чтобы предотвратить переход всего кабеля в нормальное состояние. Медь, которая является хорошим проводником тепла, успешно справляется с этой задачей, осуществляя термическую стабилизацию. Кроме того, медь обеспечивает хорошие механические свойства кабелей.

Postscriptum для налогоплательщика

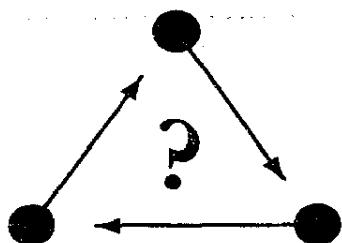
Итак, начав с перипетий, сопровождавших поиски высокотемпературной сверхпроводимости, мы вернулись к применению обычных сверхпроводников. В отличие от высокотемпературного случая, здесь физика явления хорошо изучена. Впрочем, отсутствие теоретического объяснения явления высокотемпературной сверхпроводимости, конечно, не останавливает поисков практических применений новых материалов. Основная трудность на этом пути заключается в «плохой технологичности» имеющихся высокотемпературных сверхпроводников: они оказались весьма хрупкими и непригодными для важнейшего технологического процесса обработки металлов — прокатки. Однако уже сейчас ряд компаний поставляют на мировой рынок кабели из высокотемпературных сверхпроводников длиной в несколько километров. Их изготавливают, наполняя трубку из серебра или другого хорошего металла порошком высокотемпературного сверхпроводника, а затем прокатывая и отжигая ее. Сейчас в США и во Франции уже функционирует ряд опытных линий передач электроэнергии по подземному кабелю из высокотемпературного сверхпроводника. Созданы также первые моторы и генераторы на базе высокотемпературных сверхпроводников. Нет сомнения, что сфера применения этих материалов будет расширяться. И можно надеяться на открытие более совершенных высокотемпературных сверхпроводников.

Скажем теперь несколько слов о перспективах. Они поистине фантастичны. На повестку дня ставятся многие из предложенных ранее глобальных проектов — высокотемпературные сверхпроводники делают их рентабельными.

- Так, сейчас в линиях электропередач теряется от 20 до 30% всей вырабатываемой в мире электроэнергии. Применение высокотемпературных сверхпроводников для передачи электроэнергии сможет полностью эти потери исключить.
- Все проекты термоядерного синтеза базируются на использовании гигантских сверхпроводящих магнитов для удержания высокотемпературной плазмы от касания стенок камеры. Для поддержания их в сверхпроводящем состоянии расходуются если не реки, то ручьи жидкого гелия. В недалеком будущем их можно будет перевести на азотное охлаждение.
- Огромные сверхпроводящие катушки смогут служить накопителями электроэнергии, снимающими пиковые нагрузки в потреблении электроэнергии.

- Основанная на применении сверхпроводящих джозефсоновских элементов сверхчувствительная аппаратура для снятия магнитокардиограмм и магнитоэнцефалограмм может прийти во все больницы.
- Между городами со скоростью 400–500 километров в час помчаться экспрессы на магнитной подушке, создаваемой сверхпроводящими магнитами.
- Будет создано новое поколение сверхмощных компьютеров на сверхпроводниковской элементной базе, охлаждаемых жидким азотом.

Пусть нас не заподозрят в «сверхпроводящей эйфории». Даже за недолгое время, прошедшее со дня открытия, пыл многих исследователей был изрядно умерен — так бывает, когда выдающийся олимпийский рекорд не удается потом годами перекрыть. Но рекорд состоялся, теперь он служит ориентиром, возможность получения материалов с уникальными свойствами подтверждена. И хотя экономика, безусловно, не раз еще внесет коррективы в осуществление названных проектов, хотя рекордные результаты еще только следует превзойти, а затем перевести в разряд массовых, сегодня мы твердо знаем, что недавно невозможное стало реально достижимым. А это уже необратимо меняет точку отсчета в нашем отношении к сверхпроводимости.

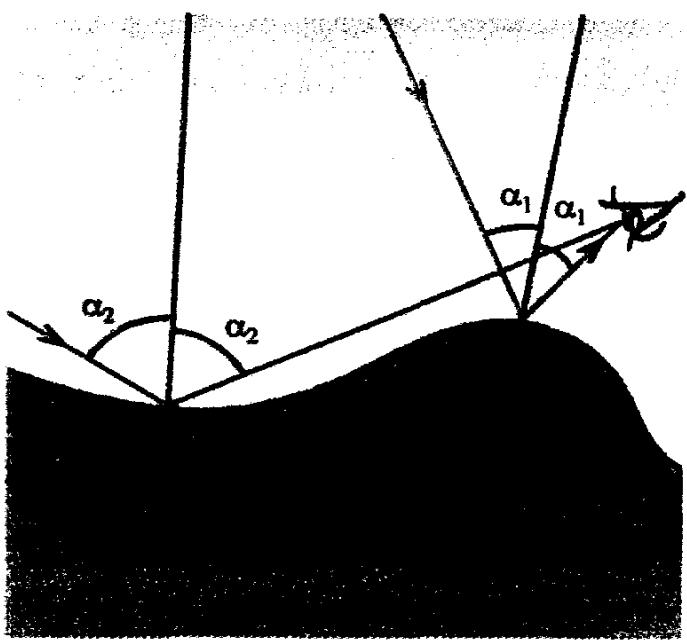


Нуждаются ли сверхпроводящие линии электропередач в дорогом высоковольтном оборудовании?

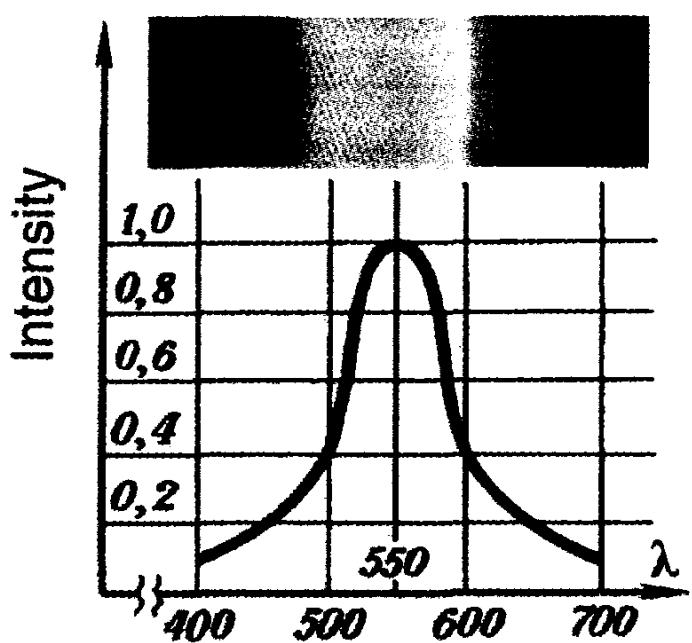
Заключение

Наш рассказ о физике подошел к концу. Вы узнали, как с ее помощью можно объяснить самые разнообразные факты и явления окружающего нас мира — извины русел рек, голубизну неба, слияния капель, шум чайника на плите, пение скрипки. Но физика умеет не только объяснять явления — она может предсказывать новые. Это позволяет ей возглавлять научно-технический прогресс, который стал символом нашего времени.

Современная физика открыла нам удивительный квантовый мир, в котором пленники потенциальных ям, подобно графу Монте-Кристо, вырываются из своих темниц, частицы света, как мифические кентавры, проявляют себя то в образе волны, то в лице частицы, а магнитные поля вихрями «ввинчиваются» в сверхпроводники. Этот квантовый мир невозмож но себе представить, но его можно описать с помощью математики настолько точно, что предсказания теории с поразительной точностью совпадут с результатами измерений. Именно в этом — в возможности правильного описания явления без его мысленного образа — видел выдающийся физик-теоретик академик Л. Д. Ландау величие современной теоретической физики.



Морская рябь отражает свет солнца под разными углами.



Зависимость чувствительности глаза от длины волны видимого света.



Картина А.А. Рылова "В голубом просторе".